La Relativité restreinte expliquée aux enfants

(de 7 à 107 ans)

Charles-Michel Marle

marle@math.jussieu.fr

Université Pierre et Marie Curie, Paris, France

Prologue

Imaginons qu'un jour un de mes petits enfants, vers l'âge de 15 ou 16 ans, me dise :

Prologue

Imaginons qu'un jour un de mes petits enfants, vers l'âge de 15 ou 16 ans, me dise :

— Grand-père, peux-tu m'expliquer ce qu'est la théorie de la relativité? Notre professeur de physique nous en a un peu parlé, en nous racontant des histoires de trains et d'éclairs qui frappent la voie, de contraction des longueurs et de dilatation des temps, et je n'ai pas compris grand chose!

Prologue

Imaginons qu'un jour un de mes petits enfants, vers l'âge de 15 ou 16 ans, me dise :

— Grand-père, peux-tu m'expliquer ce qu'est la théorie de la relativité? Notre professeur de physique nous en a un peu parlé, en nous racontant des histoires de trains et d'éclairs qui frappent la voie, de contraction des longueurs et de dilatation des temps, et je n'ai pas compris grand chose!

Voici le dialogue que j'aimerais avoir avec elle (ou lui).

Prologue (2)

— Connais-tu ce théorème de géométrie: les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu?

Prologue (2)

— Connais-tu ce théorème de géométrie: les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu?

— Oui, grand-père! je sais même que la réciproque est vraie: si les diagonales d'un quadrilatère plan se coupent en leur milieu, ce quadrilatère est un parallélogramme. Et je crois même que j'en connais une démonstration!

Prologue (2)

— Connais-tu ce théorème de géométrie: les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu?

— Oui, grand-père! je sais même que la réciproque est vraie: si les diagonales d'un quadrilatère plan se coupent en leur milieu, ce quadrilatère est un parallélogramme. Et je crois même que j'en connais une démonstration!

— Bravo! tu sais tout ce qu'il faut pour comprendre l'idée de base de la relativité restreinte! Tu en sais même plus qu'il n'en faut, car nous n'aurons pas besoin de la réciproque. Cependant, nous allons d'abord devoir réfléchir aux notions de Temps et d'Espace.

Prologue (2)

— Connais-tu ce théorème de géométrie: les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu?

— Oui, grand-père! je sais même que la réciproque est vraie: si les diagonales d'un quadrilatère plan se coupent en leur milieu, ce quadrilatère est un parallélogramme. Et je crois même que j'en connais une démonstration!

— Bravo! tu sais tout ce qu'il faut pour comprendre l'idée de base de la relativité restreinte! Tu en sais même plus qu'il n'en faut, car nous n'aurons pas besoin de la réciproque. Cependant, nous allons d'abord devoir réfléchir aux notions de Temps et d'Espace.

— Justement, ces notions me semblent difficiles à comprendre!

Prologue (3)

— Tu n’es pas le seul à avoir ce sentiment. La nature profonde du Temps et de l’Espace est mystérieuse. Disons qu’ensemble, le Temps et l’Espace forment le cadre dans lequel tous les phénomènes physiques se déroulent, dans lequel tous les objets matériels se situent et évoluent, y compris nos corps.

Prologue (3)

— Tu n'es pas le seul à avoir ce sentiment. La nature profonde du Temps et de l'Espace est mystérieuse. Disons qu'ensemble, le Temps et l'Espace forment le cadre dans lequel tous les phénomènes physiques se déroulent, dans lequel tous les objets matériels se situent et évoluent, y compris nos corps.

Nous devons adopter une attitude d'esprit modeste et évolutive. Sans prétendre percer tous les mystères de l'Espace et du Temps, cherchons à en comprendre certaines propriétés et essayons de les utiliser pour la description, voire même la prévision, des phénomènes physiques. Soyons prêts à réviser l'idée que nous nous faisons du Temps et de l'Espace si, à un certain moment, cette idée n'est plus en accord avec l'expérience.

Prologue (4)

— Mais, grand-père, si nous ne savons pas ce que sont le Temps et l'Espace, comment pouvons-nous espérer en comprendre certaines propriétés et les utiliser?

Prologue (4)

— Mais, grand-père, si nous ne savons pas ce que sont le Temps et l'Espace, comment pouvons-nous espérer en comprendre certaines propriétés et les utiliser?

— En nous faisant une image mentale du Temps et de l'Espace, et en raisonnant sur cette image mentale. Hélas, nous, pauvres humains, ne pouvons faire mieux : nous ne pouvons accéder à la connaissance du monde qui nous entoure qu'à travers nos sens (prolongés par les instruments d'étude et de mesure que nous avons créés) et notre pensée, donc en raisonnant sur les images mentales que nous nous faisons des objets de ce monde!

Prologue (4)

— Mais, grand-père, si nous ne savons pas ce que sont le Temps et l'Espace, comment pouvons-nous espérer en comprendre certaines propriétés et les utiliser?

— En nous faisant une image mentale du Temps et de l'Espace, et en raisonnant sur cette image mentale. Hélas, nous, pauvres humains, ne pouvons faire mieux : nous ne pouvons accéder à la connaissance du monde qui nous entoure qu'à travers nos sens (prolongés par les instruments d'étude et de mesure que nous avons créés) et notre pensée, donc en raisonnant sur les images mentales que nous nous faisons des objets de ce monde!

Je vais maintenant t'indiquer comment les images mentales que les savants se sont faites du Temps et de l'Espace ont évolué au cours des siècles, principalement de Newton à Einstein.

Le Temps absolu de Newton

Le grand savant Isaac Newton (1642–1727) se faisait du Temps l'image mentale suivante: une droite $\mathcal{T}$, se prolongeant à l'infini dans les deux sens, donc sans commencement ni fin, et sans origine privilégiée. Chaque instant particulier, par exemple "maintenant", ou encore "dans trois jours au moment du lever du Soleil à Paris", correspond à un élément de cette droite.

Le Temps absolu de Newton

Le grand savant Isaac Newton (1642–1727) se faisait du Temps l'image mentale suivante: une droite $\mathcal{T}$, se prolongeant à l'infini dans les deux sens, donc sans commencement ni fin, et sans origine privilégiée. Chaque instant particulier, par exemple “maintenant”, ou encore “dans trois jours au moment du lever du Soleil à Paris”, correspond à un élément de cette droite.

Note bien que Newton admettait sans discussion qu'à chaque événement ayant lieu dans l'univers, on pouvait associer un instant, c'est-à-dire un élément de la droite $\mathcal{T}$, l'instant où cet événement se produit.

Le Temps absolu de Newton

Le grand savant Isaac Newton (1642–1727) se faisait du Temps l'image mentale suivante: une droite $\mathcal{T}$, se prolongeant à l'infini dans les deux sens, donc sans commencement ni fin, et sans origine privilégiée. Chaque instant particulier, par exemple "maintenant", ou encore "dans trois jours au moment du lever du Soleil à Paris", correspond à un élément de cette droite.

Note bien que Newton admettait sans discussion qu'à chaque événement ayant lieu dans l'univers, on pouvait associer un instant, c'est-à-dire un élément de la droite $\mathcal{T}$, l'instant où cet événement se produit.

— Mais où donc se trouve cette droite du Temps $\mathcal{T}$? Est-elle tracée dans un plan, dans l'espace?

Le Temps absolu de Newton (2)

— Nulle part! Il ne faut pas penser à la droite du Temps comme tracée quelque part dans quelque chose de dimension plus grande. Newton concevait le Temps comme une droite abstraite, parce que les instants successifs sont ordonnés de manière linéaire, comme les points d'une droite. N'oublie pas que la droite du Temps $\mathcal{T}$ est une image mentale, non le Temps lui-même! Cependant, cette image mentale n'est pas une simple idée vague: elle est dotée de propriétés bien précises, de nature mathématique: cette droite est munie d'une structure affine et d'une orientation.

Le Temps absolu de Newton (2)

— Nulle part! Il ne faut pas penser à la droite du Temps comme tracée quelque part dans quelque chose de dimension plus grande. Newton concevait le Temps comme une droite abstraite, parce que les instants successifs sont ordonnés de manière linéaire, comme les points d'une droite. N'oublie pas que la droite du Temps $\mathcal{T}$ est une image mentale, non le Temps lui-même! Cependant, cette image mentale n'est pas une simple idée vague: elle est dotée de propriétés bien précises, de nature mathématique: cette droite est munie d'une structure affine et d'une orientation.

— Qu'appelles-tu structure affine? et à quoi cela sert-il?

Le Temps absolu de Newton (2)

— Nulle part! Il ne faut pas penser à la droite du Temps comme tracée quelque part dans quelque chose de dimension plus grande. Newton concevait le Temps comme une droite abstraite, parce que les instants successifs sont ordonnés de manière linéaire, comme les points d'une droite. N'oublie pas que la droite du Temps $\mathcal{T}$ est une image mentale, non le Temps lui-même! Cependant, cette image mentale n'est pas une simple idée vague: elle est dotée de propriétés bien précises, de nature mathématique: cette droite est munie d'une structure affine et d'une orientation.

— Qu'appelles-tu structure affine? et à quoi cela sert-il?

— Cela sert à comparer entre eux deux intervalles de temps, et en faire le rapport.

Le Temps absolu de Newton (3)

Newton admettait qu'on pouvait comparer entre eux deux intervalles de temps, même s'ils se situaient à des siècles ou des millénaires l'un de l'autre, et en faire le rapport, par exemple pour dire que l'un est deux fois plus long que l'autre. C'est cette propriété qu'en langage mathématique moderne, on exprime en disant que la droite $\mathcal{T}$ représentant le Temps est munie d'une structure affine.

Le Temps absolu de Newton (3)

Newton admettait qu'on pouvait comparer entre eux deux intervalles de temps, même s'ils se situaient à des siècles ou des millénaires l'un de l'autre, et en faire le rapport, par exemple pour dire que l'un est deux fois plus long que l'autre. C'est cette propriété qu'en langage mathématique moderne, on exprime en disant que la droite $\mathcal{T}$ représentant le Temps est munie d'une structure affine.

Pour le mathématicien, cette propriété signifie qu'on peut faire subir à la droite $\mathcal{T}$ une transformation (appelée translation) consistant à la faire glisser le long d'elle-même, sans la dilater ni la comprimer, sans que cela change en quoi que ce soit ses propriétés.

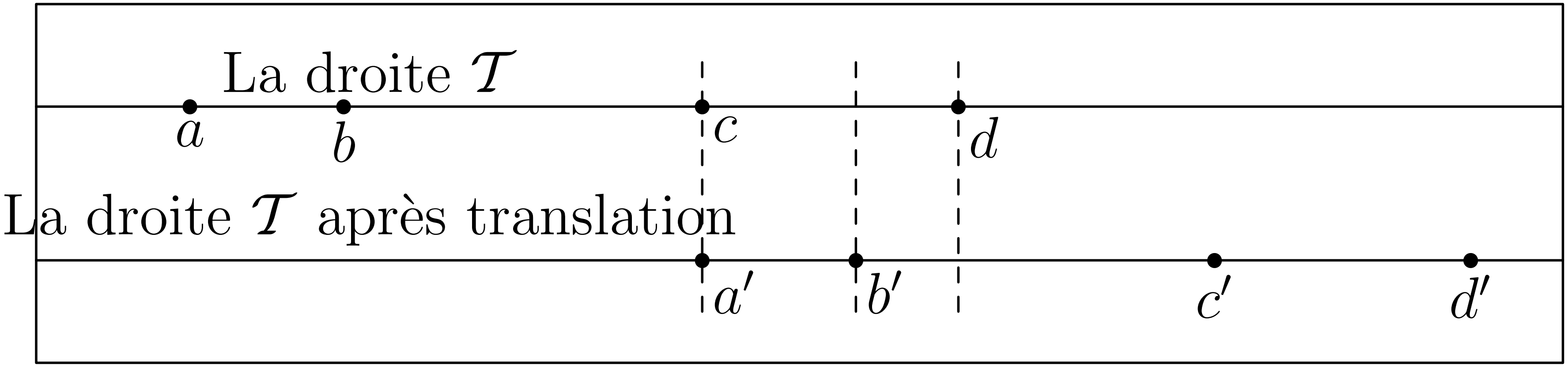
Le Temps absolu de Newton (3)

Newton admettait qu'on pouvait comparer entre eux deux intervalles de temps, même s'ils se situaient à des siècles ou des millénaires l'un de l'autre, et en faire le rapport, par exemple pour dire que l'un est deux fois plus long que l'autre. C'est cette propriété qu'en langage mathématique moderne, on exprime en disant que la droite $\mathcal{T}$ représentant le Temps est munie d'une structure affine.

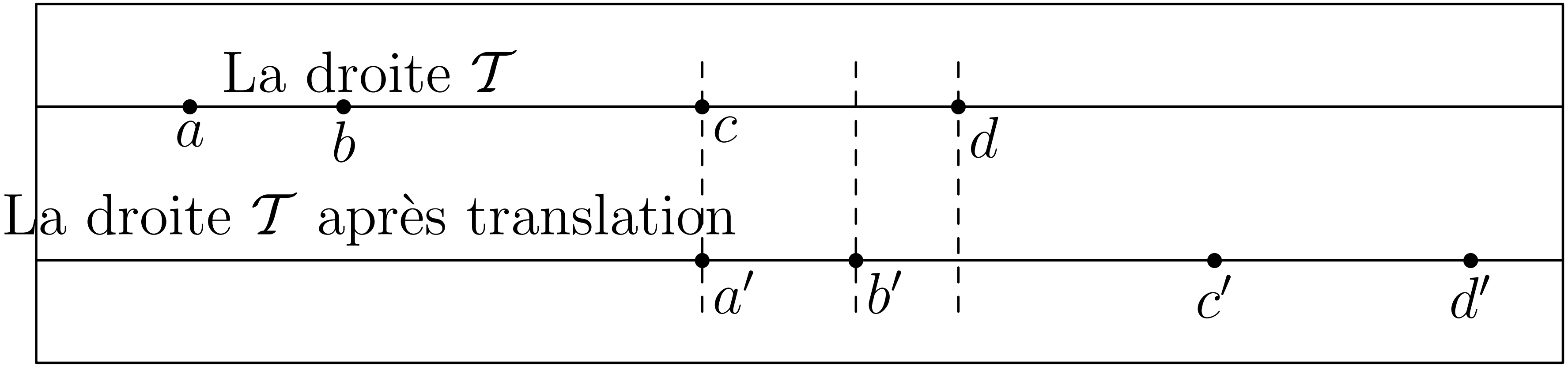
Pour le mathématicien, cette propriété signifie qu'on peut faire subir à la droite $\mathcal{T}$ une transformation (appelée translation) consistant à la faire glisser le long d'elle-même, sans la dilater ni la comprimer, sans que cela change en quoi que ce soit ses propriétés.

Pour le physicien, elle signifie que les lois qui régissent tous les phénomènes d'évolution restent les mêmes à toutes les époques.

Le Temps absolu de Newton (4)



Le Temps absolu de Newton (4)



Autre propriété importante du Temps: il s'écoule toujours dans le même sens. Afin de prendre en compte cette propriété, on oriente la droite $\mathcal{T}$ qui représente le Temps, c'est-à-dire qu'on considère comme distincts, non équivalents, les deux sens de parcours sur cette droite. On peut faire cela par exemple en privilégiant un de ces deux sens de parcours, celui qui va du passé vers le futur. On dit alors que la droite affine $\mathcal{T}$ est orientée.

L'Espace absolu de Newton

— D'accord, je veux bien accepter cette image mentale du Temps, bien qu'elle ne rende pas compte de sa propriété essentielle: il s'écoule sans que nous puissions rien faire pour l'en empêcher! Et l'Espace?

L'Espace absolu de Newton

— D'accord, je veux bien accepter cette image mentale du Temps, bien qu'elle ne rende pas compte de sa propriété essentielle: il s'écoule sans que nous puissions rien faire pour l'en empêcher! Et l'Espace?

— Newton assimilait l'Espace à l'espace euclidien de dimension 3 des géomètres, que je noterai $\mathcal{E}$. C'est aux figures de cet espace que s'appliquent le théorème de Thalès, le théorème affirmant que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, le théorème de Pythagore, ...

L'Espace absolu de Newton

— D'accord, je veux bien accepter cette image mentale du Temps, bien qu'elle ne rende pas compte de sa propriété essentielle: il s'écoule sans que nous puissions rien faire pour l'en empêcher! Et l'Espace?

— Newton assimilait l'Espace à l'espace euclidien de dimension 3 des géomètres, que je noterai $\mathcal{E}$. C'est aux figures de cet espace que s'appliquent le théorème de Thalès, le théorème affirmant que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, le théorème de Pythagore, $\ldots$

Pour Newton, un objet A du monde physique occupe, à chaque instant t, c'est-à-dire pour chaque élément t de la droite du Temps $\mathcal{T}$, une position A_t dans l'Espace $\mathcal{E}$. Lorsque t varie, les positions successives A_t de A constituent la description du mouvement de cet objet.

Le concept d’Espace-Temps

J’introduis tout de suite un concept nouveau, celui d’Espace-Temps, dû au mathématicien allemand Hermann Minkowski (1864–1909).

Le concept d'Espace-Temps

J'introduis tout de suite un concept nouveau, celui d'Espace-Temps, dû au mathématicien allemand Hermann Minkowski (1864–1909).

Ce concept n'a été employé par les Mécaniciens qu'après la découverte de la Relativité restreinte, ce qui est très regrettable, car son emploi facilite grandement la compréhension des bases de la Mécanique, tant classique que relativiste.

Le concept d’Espace-Temps

J’introduis tout de suite un concept nouveau, celui d’Espace-Temps, dû au mathématicien allemand Hermann Minkowski (1864–1909).

Ce concept n’a été employé par les Mécaniciens qu’après la découverte de la Relativité restreinte, ce qui est très regrettable, car son emploi facilite grandement la compréhension des bases de la Mécanique, tant classique que relativiste.

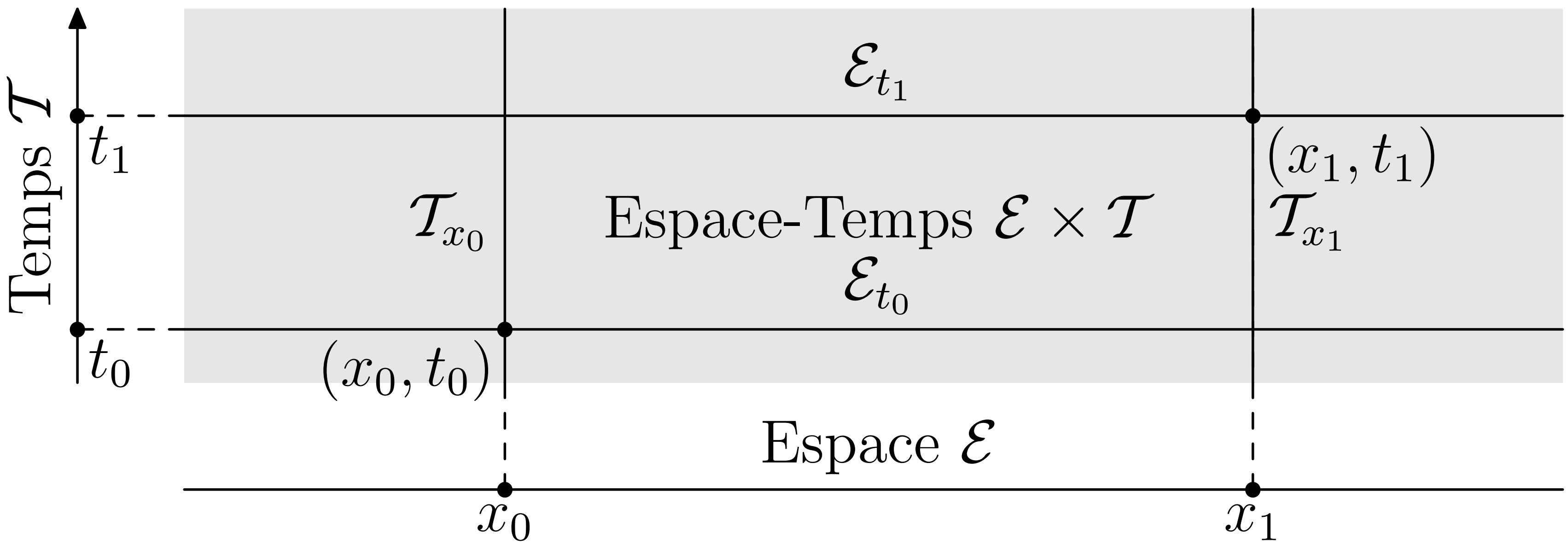
C’est pourquoi je l’utilise dès maintenant, dans le cadre de l’Espace et du Temps absolus de Newton, bien que Newton lui-même ne l’ait pas utilisé.

L'Espace-Temps de Newton

Avec les conceptions de Newton, l'Espace-Temps, c'est simplement l'ensemble produit $\mathcal{E} \times \mathcal{T}$, formé par les couples (appelés événements) (x, t) d'un point x de $\mathcal{E}$ et d'un instant t de $\mathcal{T}$.

L'Espace-Temps de Newton

Avec les conceptions de Newton, l'Espace-Temps, c'est simplement l'ensemble produit $\mathcal{E} \times \mathcal{T}$, formé par les couples (appelés événements) (x, t) d'un point x de $\mathcal{E}$ et d'un instant t de $\mathcal{T}$.



L'Espace-Temps de Newton (2)

— À quoi donc peut bien servir cet Espace-Temps?

L'Espace-Temps de Newton (2)

— À quoi donc peut bien servir cet Espace-Temps?

— À décrire commodément les mouvements. Par exemple, le mouvement d'un point matériel A (objet de dimensions assez petites pour être assimilé à un point) qui, à chaque instant t, occupe dans l'Espace la position A_t, est décrit par une ligne de l'Espace-Temps, appelée ligne d'Univers du point matériel A, formée par tous les événements (A_t, t), lorsque t parcourt l'intervalle de temps pendant lequel le point matériel A existe.

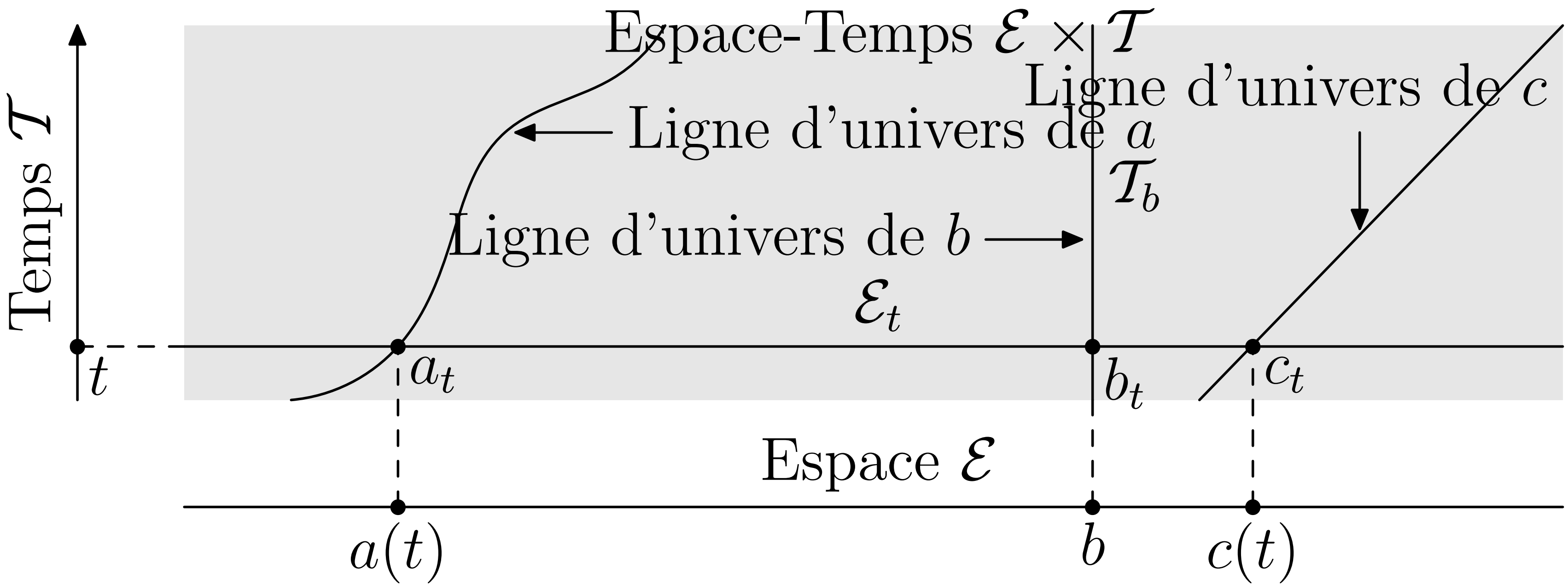
L'Espace-Temps de Newton (2)

— À quoi donc peut bien servir cet Espace-Temps?

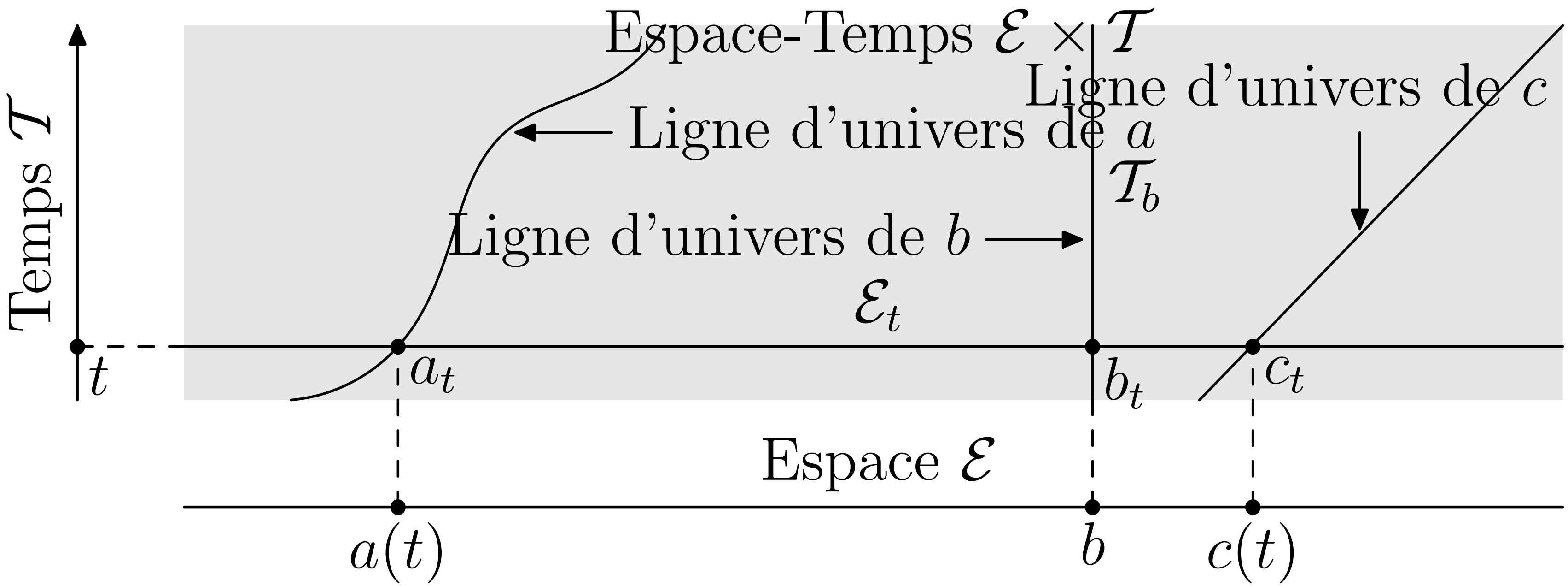
— À décrire commodément les mouvements. Par exemple, le mouvement d'un point matériel A (objet de dimensions assez petites pour être assimilé à un point) qui, à chaque instant t, occupe dans l'Espace la position A_t, est décrit par une ligne de l'Espace-Temps, appelée ligne d'Univers du point matériel A, formée par tous les événements (A_t, t), lorsque t parcourt l'intervalle de temps pendant lequel le point matériel A existe.

J'ai représenté, sur la figure qui suit, les lignes d'univers de trois points matériels a, b et c.

Lignes d'univers

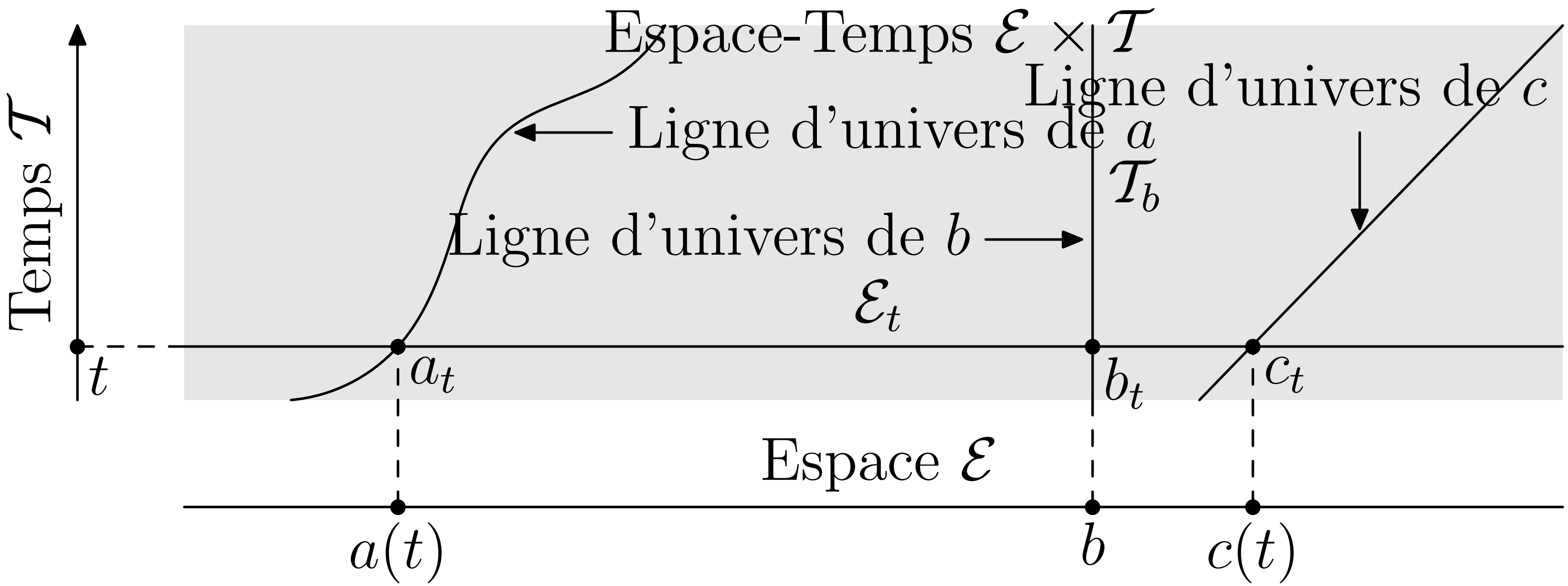


Lignes d'univers



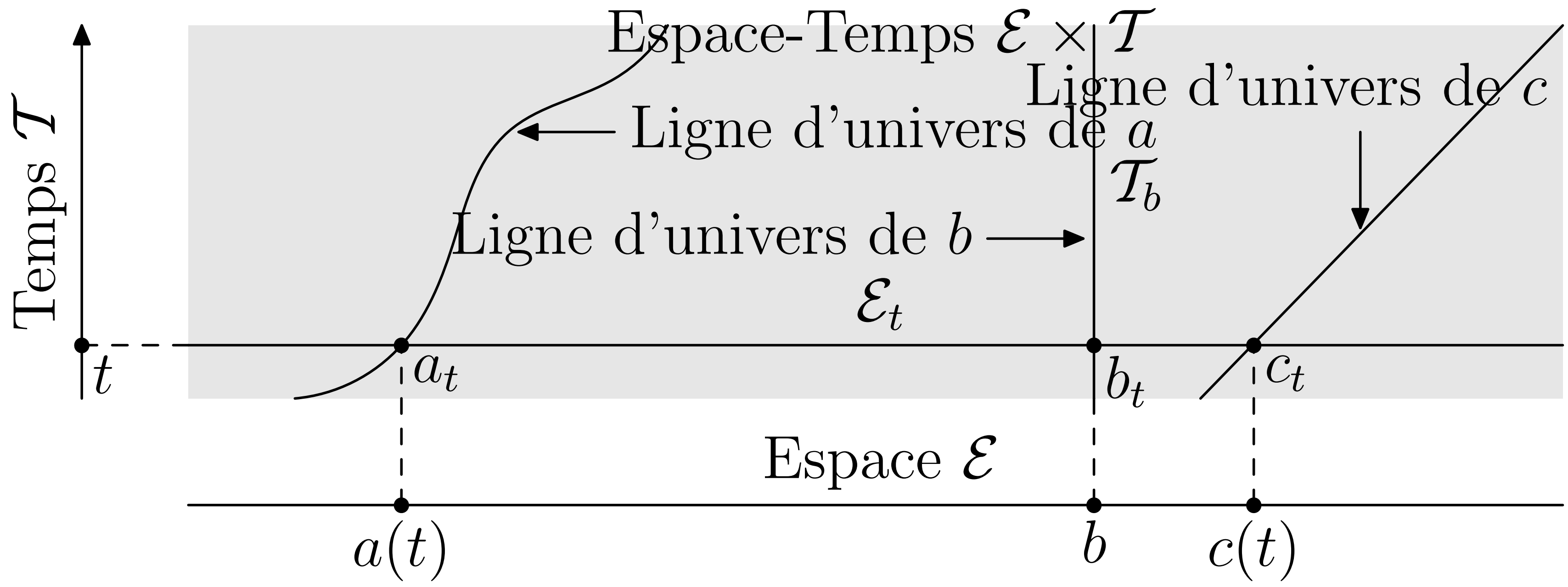
La ligne d'univers de b est parallèle à l'axe des Temps $\mathcal{T}$: ce point matériel est au repos, il occupe une position fixe dans l'Espace absolu $\mathcal{E}$.

Lignes d'univers



La ligne d'univers de b est parallèle à l'axe des Temps $\mathcal{T}$: ce point matériel est au repos, il occupe une position fixe dans l'Espace absolu $\mathcal{E}$.
La ligne d'univers de c est une droite oblique; dans $\mathcal{E}$, ce point parcourt une ligne droite à vitesse constante.

Lignes d'univers



La ligne d'univers de b est parallèle à l'axe des Temps $\mathcal{T}$: ce point matériel est au repos, il occupe une position fixe dans l'Espace absolu $\mathcal{E}$.
La ligne d'univers de c est une droite oblique; dans $\mathcal{E}$, ce point parcourt une ligne droite à vitesse constante.
La ligne d'univers de a est une courbe, non une droite; cela signifie que sa vitesse n'est pas constante.

Repos et mouvement absolus

Pour Newton, les notions de repos et de mouvement avaient donc un caractère absolu: l'objet A était au repos si sa position A_t dans l'Espace $\mathcal{E}$ ne variait pas lorsque l'instant considéré t variait sur la droite du Temps $\mathcal{T}$; il était en mouvement si, au contraire, A_t variait avec t.

Repos et mouvement absolus

Pour Newton, les notions de repos et de mouvement avaient donc un caractère absolu: l'objet A était au repos si sa position A_t dans l'Espace $\mathcal{E}$ ne variait pas lorsque l'instant considéré t variait sur la droite du Temps $\mathcal{T}$; il était en mouvement si, au contraire, A_t variait avec t.

— Cela semble bien naturel. Pourquoi remettre en cause cette description du mouvement?

Repos et mouvement absolus

Pour Newton, les notions de repos et de mouvement avaient donc un caractère absolu: l'objet A était au repos si sa position A_t dans l'Espace $\mathcal{E}$ ne variait pas lorsque l'instant considéré t variait sur la droite du Temps $\mathcal{T}$; il était en mouvement si, au contraire, A_t variait avec t.

— Cela semble bien naturel. Pourquoi remettre en cause cette description du mouvement?

— Parce que rien n'est fixe dans l'Univers ! La Terre tourne sur elle-même et autour du Soleil, qui lui-même tourne autour du centre de notre Galaxie ! Et il y a, dans l'Univers, des milliards de Galaxies, toutes en mouvement les unes par rapport aux autres ! C'est pourquoi les conceptions de Newton ont été très tôt critiquées, notamment par son contemporain, le grand mathématicien et philosophe Gottfried Wilhelm Leibniz (1647–1716).

Référentiels

— Mais comment donc faisait Newton pour étudier le mouvement des planètes sans savoir ce qui est fixe?

Référentiels

— Mais comment donc faisait Newton pour étudier le mouvement des planètes sans savoir ce qui est fixe?

— Pour étudier le mouvement d'un corps matériel A, (que ce soit une pomme, la planète Mars ou la Terre), Newton, et après lui la plupart des mécaniciens jusqu'à aujourd'hui, ont pris l'habitude d'utiliser un référentiel. Cela consiste à choisir un corps R qui reste à peu près indéformable au cours du temps (nous dirons que ce corps est rigide), au moins pendant la durée du mouvement à étudier, et à faire comme si ce corps était fixe. On peut alors étudier le mouvement relatif de A par rapport à R considéré comme fixe.

Référentiels

— Mais comment donc faisait Newton pour étudier le mouvement des planètes sans savoir ce qui est fixe?

— Pour étudier le mouvement d'un corps matériel A, (que ce soit une pomme, la planète Mars ou la Terre), Newton, et après lui la plupart des mécaniciens jusqu'à aujourd'hui, ont pris l'habitude d'utiliser un référentiel. Cela consiste à choisir un corps R qui reste à peu près indéformable au cours du temps (nous dirons que ce corps est rigide), au moins pendant la durée du mouvement à étudier, et à faire comme si ce corps était fixe. On peut alors étudier le mouvement relatif de A par rapport à R considéré comme fixe.

Si nous savions ce qui est fixe dans l'Univers, nous pourrions choisir pour R un corps immobile; le référentiel correspondant est appelé référentiel fixe.

Référentiels (2)

Le corps rigide R utilisé pour déterminer le référentiel choisi peut être, par exemple,

Référentiels (2)

Le corps rigide R utilisé pour déterminer le référentiel choisi peut être, par exemple,

la Terre (si l'on étudie le mouvement d'une pomme qui tombe d'un arbre),

Référentiels (2)

Le corps rigide R utilisé pour déterminer le référentiel choisi peut être, par exemple,

la Terre (si l'on étudie le mouvement d'une pomme qui tombe d'un arbre),

ou le trièdre formé par les droites joignant le centre du Soleil à trois étoiles lointaines (si l'on étudie le mouvement d'une planète du système solaire).

Référentiels galiléens

Tous les référentiels ne sont pas équivalents: on appelle référentiel galiléen [a], ou référentiel inertiel un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est satisfait.

[a] En hommage à Galileo Galilei, dit Galilée (1564–1642), père de la physique expérimentale moderne.

Référentiels galiléens

Tous les référentiels ne sont pas équivalents: on appelle référentiel galiléen [a], ou référentiel inertiel un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est satisfait.

Ce principe a d'abord été formulé pour le mouvement absolu, dans l'Espace absolu $\mathcal{E}$ de Newton; il affirme que le mouvement (absolu) de tout point matériel libre est rectiligne et uniforme.

[a] En hommage à Galileo Galilei, dit Galilée (1564–1642), père de la physique expérimentale moderne.

Référentiels galiléens

Tous les référentiels ne sont pas équivalents: on appelle référentiel galiléen [a], ou référentiel inertiel un référentiel dans lequel le principe de l'inertie est satisfait.

Ce principe a d'abord été formulé pour le mouvement absolu, dans l'Espace absolu $\mathcal{E}$ de Newton; il affirme que le mouvement (absolu) de tout point matériel libre est rectiligne et uniforme.

Mais comme Newton lui-même l'a montré, ce principe reste applicable au mouvement relatif d'un point matériel libre par rapport à certains référentiels autres que le référentiel fixe, les référentiels galiléens.

---

[a] En hommage à Galileo Galilei, dit Galilée (1564–1642), père de la physique expérimentale moderne.

Référentiels galiléens (2)

Plus précisément, supposons que le principe de l'inertie s'applique aux mouvements relatifs par rapport au référentiel associé à un corps rigide R_1. On montre qu'il s'applique aussi au mouvement relatif par rapport au référentiel associé à un autre corps rigide R_2 si et seulement si le mouvement relatif de R_2 par rapport à R_1 est un mouvement de translation à vitesse constante.

Référentiels galiléens (2)

Plus précisément, supposons que le principe de l'inertie s'applique aux mouvements relatifs par rapport au référentiel associé à un corps rigide R_1. On montre qu'il s'applique aussi au mouvement relatif par rapport au référentiel associé à un autre corps rigide R_2 si et seulement si le mouvement relatif de R_2 par rapport à R_1 est un mouvement de translation à vitesse constante.

Le référentiel fixe, s'il existe, apparaît comme un référentiel galiléen particulier, qu'aucune expérience de Mécanique ne permet de distinguer des autres référentiels galiléens. C'est pourquoi certains savants, notamment Leibniz, ont contesté son existence.

L’Espace-Temps de Leibniz

Comme Newton, Leibniz admettait le concept de Temps absolu $\mathcal{T}$, mais rejetait celui d’Espace absolu $\mathcal{E}$. Voici comment donner à ses idées un cadre mathématique rigoureux.

L'Espace-Temps de Leibniz

Comme Newton, Leibniz admettait le concept de Temps absolu $\mathcal{T}$, mais rejetait celui d'Espace absolu $\mathcal{E}$. Voici comment donner à ses idées un cadre mathématique rigoureux.

Nous admettrons qu'à chaque instant $t \in \mathcal{T}$, il existe un Espace à l'instant t, noté $\mathcal{E}_t$, qui a toutes les propriétés de l'espace euclidien de dimension 3 des géomètres.

L'Espace-Temps de Leibniz

Comme Newton, Leibniz admettait le concept de Temps absolu $\mathcal{T}$, mais rejetait celui d'Espace absolu $\mathcal{E}$. Voici comment donner à ses idées un cadre mathématique rigoureux.

Nous admettrons qu'à chaque instant $t \in \mathcal{T}$, il existe un Espace à l'instant t, noté $\mathcal{E}_t$, qui a toutes les propriétés de l'espace euclidien de dimension 3 des géomètres.

Attention ! nous devons considérer comme disjoints, c'est-à-dire sans aucun élément en commun, les Espaces $\mathcal{E}_{t_1}$ et $\mathcal{E}_{t_2}$ à deux instants distincts t_1 et t_2, $t_1 \neq t_2$.

L'Espace-Temps de Leibniz

Comme Newton, Leibniz admettait le concept de Temps absolu $\mathcal{T}$, mais rejetait celui d'Espace absolu $\mathcal{E}$. Voici comment donner à ses idées un cadre mathématique rigoureux.

Nous admettrons qu'à chaque instant $t \in \mathcal{T}$, il existe un Espace à l'instant t, noté $\mathcal{E}_t$, qui a toutes les propriétés de l'espace euclidien de dimension 3 des géomètres.

Attention ! nous devons considérer comme disjoints, c'est-à-dire sans aucun élément en commun, les Espaces $\mathcal{E}_{t_1}$ et $\mathcal{E}_{t_2}$ à deux instants distincts t_1 et t_2, $t_1 \neq t_2$.

L'Espace-Temps de Leibniz, que nous noterons $\mathcal{U}$ (pour Univers), est la réunion, pour tous les instants $t \in \mathcal{T}$, des Espaces à l'instant t, $\mathcal{E}_t$. Ainsi, selon les conceptions de Leibniz, nous avons toujours un Espace-Temps, mais plus d'Espace absolu $\mathcal{E}$!

L’Espace-Temps de Leibniz (2)

J’ai représenté, sur la figure suivante,

L'Espace-Temps de Leibniz (2)

J'ai représenté, sur la figure suivante,

d'une part l'Espace-Temps de Newton $\mathcal{E} \times \mathcal{T}$, avec ses deux projections

$$p_1 : \mathcal{E} \times \mathcal{T} \to \mathcal{E}\,, \quad \text{et} \quad p_2 : \mathcal{E} \times \mathcal{T} \to \mathcal{T}\,;$$

L'Espace-Temps de Leibniz (2)

J'ai représenté, sur la figure suivante,

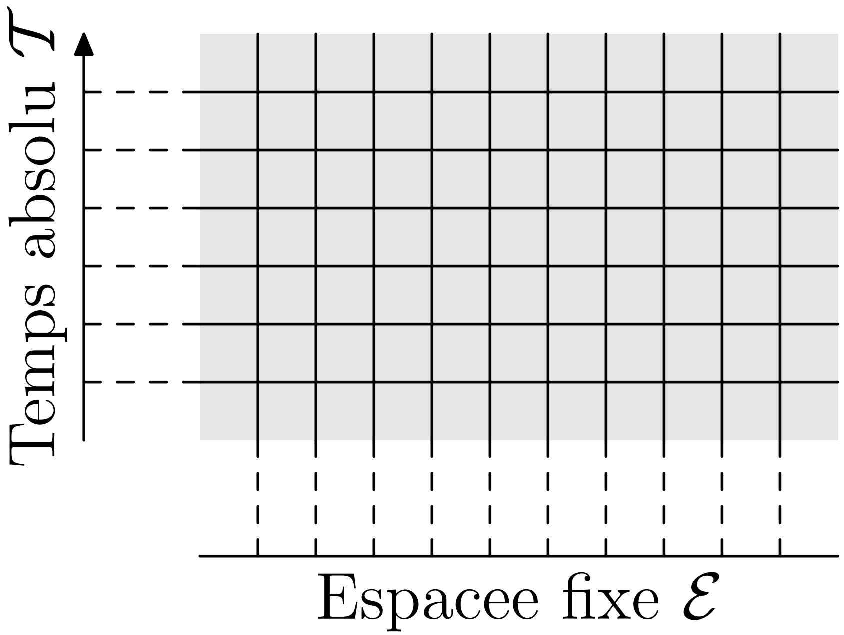
d'une part l'Espace-Temps de Newton $\mathcal{E} \times \mathcal{T}$, avec ses deux projections

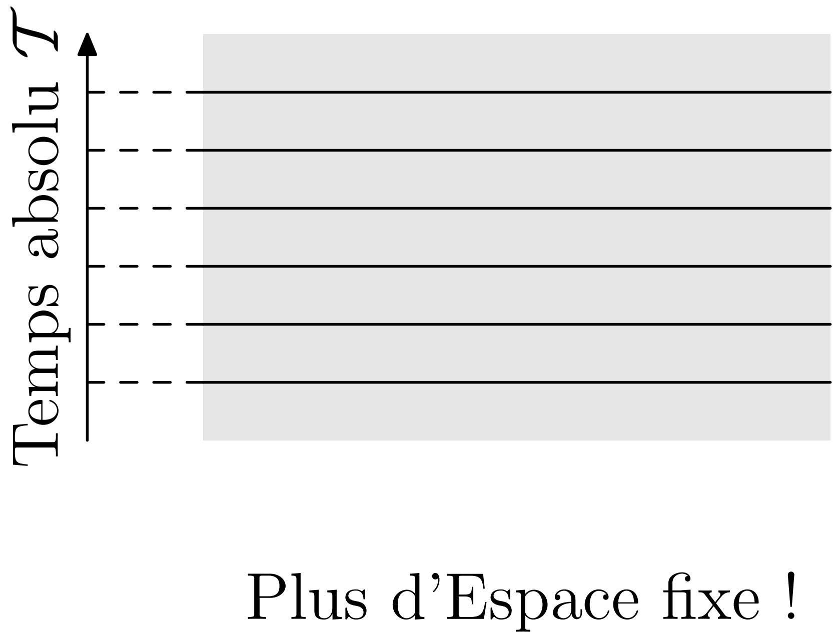
$$p_1 : \mathcal{E} \times \mathcal{T} \to \mathcal{E}\,, \quad \text{et} \quad p_2 : \mathcal{E} \times \mathcal{T} \to \mathcal{T}\,;$$

d'autre part l'Espace-Temps de Leibniz $\mathcal{U}$, qui n'est muni que d'une seule projection naturelle sur le Temps $\mathcal{T}$, encore notée

$$p_2 : \mathcal{U} \to \mathcal{T}\,.$$

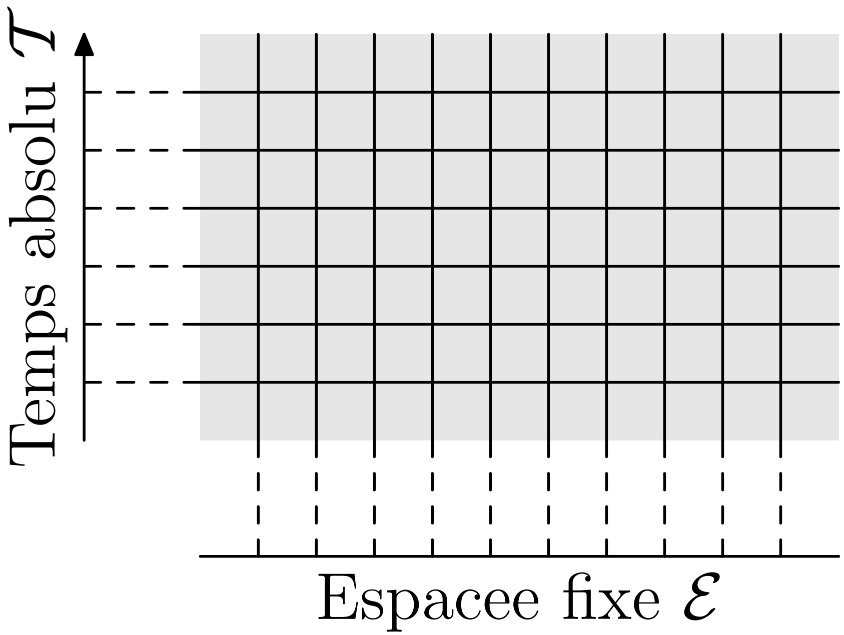
L'Espace-Temps de Leibniz (3)

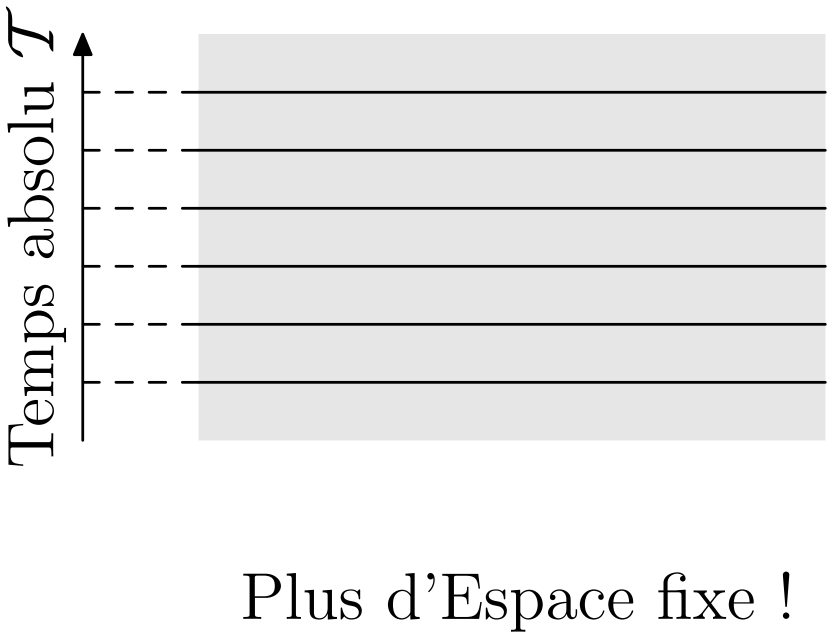




Espace-Temps de Newton **Espace-Temps de Leibniz**

L'Espace-Temps de Leibniz (3)

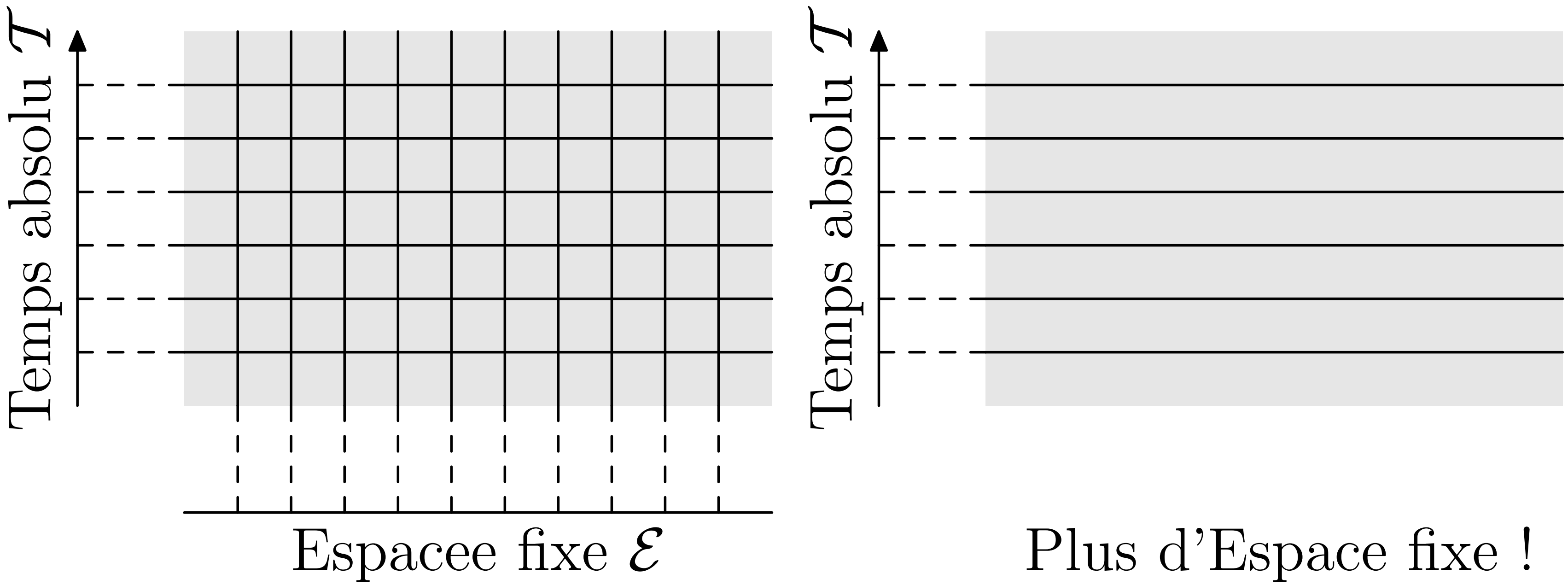




Espace-Temps de Newton **Espace-Temps de Leibniz**

— Mais comment les Espaces aux différents instants sont-ils groupés pour former l'Espace-Temps de Leibniz $\mathcal{U}$? Leur empilement est-il arbitraire?

L'Espace-Temps de Leibniz (3)



Espace-Temps de Newton **Espace-Temps de Leibniz**

— Mais comment les Espaces aux différents instants sont-ils groupés pour former l'Espace-Temps de Leibniz $\mathcal{U}$? Leur empilement est-il arbitraire?

— Non, cet empilement n'est pas du tout arbitraire, il est déterminé par le principe de l'inertie.

L'Espace-Temps de Leibniz (4)

L'Univers de Leibniz est un espace affine de dimension 4, fibré sur le Temps $\mathcal{T}$, qui est un espace affine de dimension 1. Ses fibres, les Espaces $\mathcal{E}_t$ aux divers instants $t \in \mathcal{T}$, sont des espaces affines euclidiens de dimension 3. La structure affine de $\mathcal{U}$ est déterminée par le principe de l'inertie dont nous avons déjà parlé. On peut formuler ce principe sous une forme évitant le recours à tout référentiel, en disant:

L'Espace-Temps de Leibniz (4)

L'Univers de Leibniz est un espace affine de dimension 4, fibré sur le Temps $\mathcal{T}$, qui est un espace affine de dimension 1. Ses fibres, les Espaces $\mathcal{E}_t$ aux divers instants $t \in \mathcal{T}$, sont des espaces affines euclidiens de dimension 3. La structure affine de $\mathcal{U}$ est déterminée par le principe de l'inertie dont nous avons déjà parlé. On peut formuler ce principe sous une forme évitant le recours à tout référentiel, en disant:

La ligne d'univers de tout point matériel libre est une droite.

L'Espace-Temps de Leibniz (4)

L'Univers de Leibniz est un espace affine de dimension 4, fibré sur le Temps $\mathcal{T}$, qui est un espace affine de dimension 1. Ses fibres, les Espaces $\mathcal{E}_t$ aux divers instants $t \in \mathcal{T}$, sont des espaces affines euclidiens de dimension 3. La structure affine de $\mathcal{U}$ est déterminée par le principe de l'inertie dont nous avons déjà parlé. On peut formuler ce principe sous une forme évitant le recours à tout référentiel, en disant:

La ligne d'univers de tout point matériel libre est une droite.

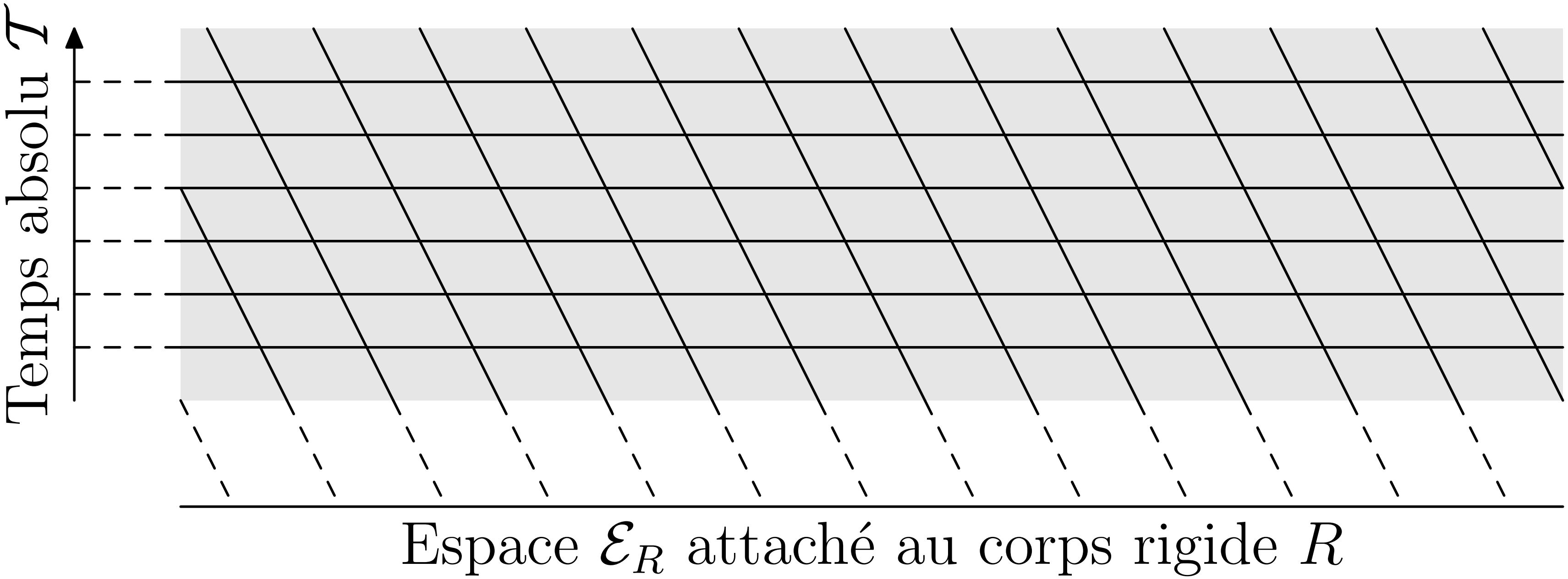
Sous cette forme, le principe de l'inertie est applicable à l'Espace-Temps de Leibniz $\mathcal{U}$, tout autant qu'à celui de Newton $\mathcal{E} \times \mathcal{T}$. Mieux, il détermine la structure affine de $\mathcal{U}$, car on montre que s'il existe sur $\mathcal{U}$ une structure affine telle la ligne d'univers de tout point matériel libre soit une droite, cette structure affine est unique. Une loi physique, le principe de l'inertie, se trouve ainsi incorporée à la géométrie de l'Espace-Temps $\mathcal{U}$!

L'Espace-Temps de Leibniz (5)

En employant un référentiel, les mécaniciens pouvaient considérer séparément l'Espace (lié à ce référentiel) et le Temps.

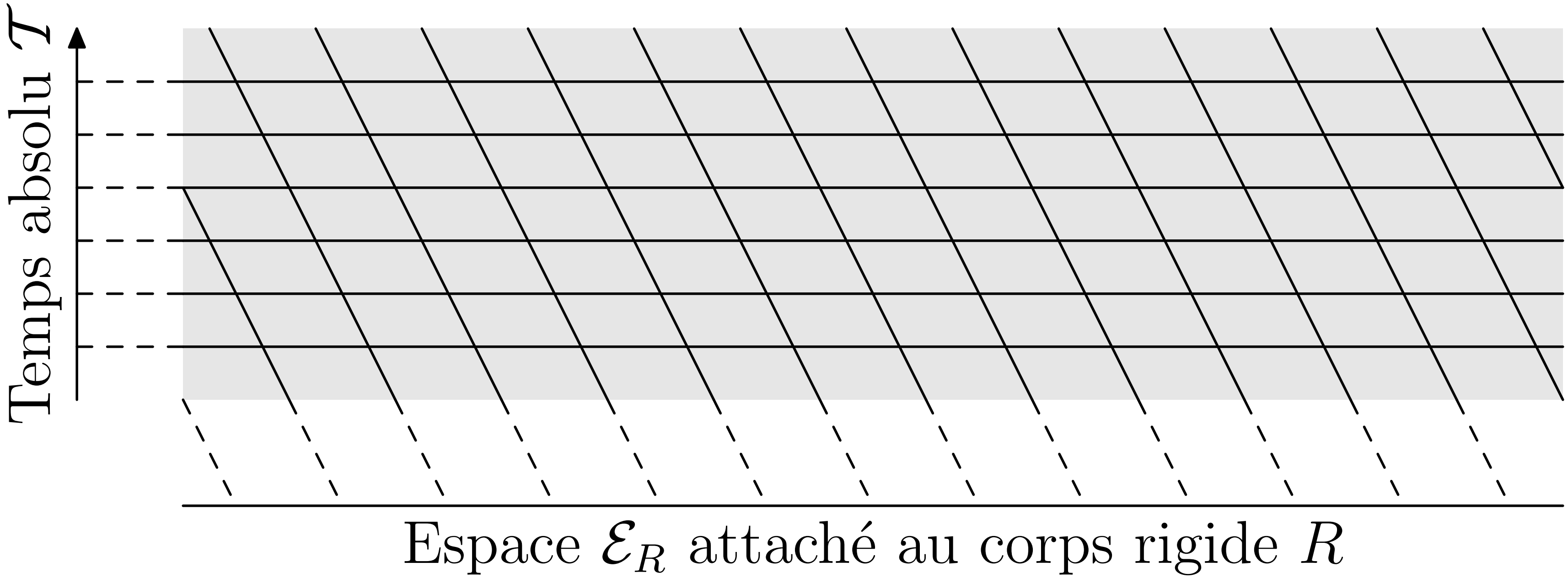
L'Espace-Temps de Leibniz (5)

En employant un référentiel, les mécaniciens pouvaient considérer séparément l'Espace (lié à ce référentiel) et le Temps.



L'Espace-Temps de Leibniz (5)

En employant un référentiel, les mécaniciens pouvaient considérer séparément l'Espace (lié à ce référentiel) et le Temps.



Mais, bien sûr, l'Espace lié à ce référentiel n'a rien d'absolu: il dépend du choix dudit référentiel !

L'Espace-Temps de Leibniz (5)

Pour cette raison, les mécaniciens ne semblent pas avoir clairement pris conscience, avant 1905, du fait qu'en abandonnant le concept d'Espace absolu, ils avaient déjà radicalement changé le cadre conceptuel dans lequel sont décrits les mouvements:

L'Espace-Temps de Leibniz (5)

Pour cette raison, les mécaniciens ne semblent pas avoir clairement pris conscience, avant 1905, du fait qu'en abandonnant le concept d'Espace absolu, ils avaient déjà radicalement changé le cadre conceptuel dans lequel sont décrits les mouvements:

pour Newton, l'Espace-Temps $\mathcal{E} \times \mathcal{T}$ n'était qu'une construction mathématique, qu'il n'utilisait d'ailleurs pas; ce sont ses deux composantes, l'Espace absolu $\mathcal{E}$ et le Temps absolu $\mathcal{T}$ auxquels une signification physique était attribuée;

L’Espace-Temps de Leibniz (5)

Pour cette raison, les mécaniciens ne semblent pas avoir clairement pris conscience, avant 1905, du fait qu’en abandonnant le concept d’Espace absolu, ils avaient déjà radicalement changé le cadre conceptuel dans lequel sont décrits les mouvements:

pour Newton, l’Espace-Temps $\mathcal{E} \times \mathcal{T}$ n’était qu’une construction mathématique, qu’il n’utilisait d’ailleurs pas; ce sont ses deux composantes, l’Espace absolu $\mathcal{E}$ et le Temps absolu $\mathcal{T}$ auxquels une signification physique était attribuée;

mais selon les conceptions de Leibniz, formulées comme ci-dessus, l’Espace-Temps $\mathcal{U}$ a une signification physique, le Temps absolu $\mathcal{T}$ aussi, mais l’Espace absolu n’en a plus.

Électromagnétisme et lumière

L'Espace-Temps de Leibniz a dû être abandonné afin de concilier les théories utilisées dans deux domaines différents de la Physique: la Mécanique d'une part, l'Électromagnétisme et l'Optique d'autre part.

Électromagnétisme et lumière

L'Espace-Temps de Leibniz a dû être abandonné afin de concilier les théories utilisées dans deux domaines différents de la Physique: la Mécanique d'une part, l'Électromagnétisme et l'Optique d'autre part.

Le grand physicien écossais James Clerk Maxwell 1831–1879) a établi des équations montrant que les phénomènes électromagnétiques se propagent dans le vide sous forme d'ondes, à une vitesse finie, indépendante du mouvement de la source qui les a émis, la même dans toutes les directions. Il a compris que la lumière était une onde électromagnétique. Ses vues ont été confirmées par de nombreux résultats expérimentaux.

Une hypothèse vite abandonnée: l’éther

Dans l’Espace-Temps de Leibniz (comme dans celui de Newton) les vitesses relatives s’ajoutent. Pour cette raison, la propriété de se propager à la même vitesse dans toutes les directions ne peut être vraie dans tous les référentiels. Les physiciens ont été conduits à penser que c’était par rapport à un référentiel bien particulier que la lumière se propageait à la même vitesse dans toutes les directions. Ils ont imaginé l’existence d’un milieu très subtil, appelé éther, imprégnant toute chose, servant de support aux ondes électomagnétiques, et ont supposé que c’est relativement au référentiel dans lequel l’éther est au repos que les ondes électromagnétiques se propagent à la même vitesse dans toutes les directions. Cela revenait à admettre à nouveau l’existence de l’Espace fixe de Newton, identifié à l’éther, avec une complication supplémentaire car certains supposaient l’éther déformable en fonction du Temps!

Les expériences de Michelson et Morley

— Mais alors, grand-père, des mesures précises de la vitesse de la lumière dans plusieurs directions devraient permettre de déterminer la vitesse de la Terre par rapport à l'éther!

Les expériences de Michelson et Morley

— Mais alors, grand-père, des mesures précises de la vitesse de la lumière dans plusieurs directions devraient permettre de déterminer la vitesse de la Terre par rapport à l'éther!

— Très juste! Ces mesures ont été faites de nombreuses fois, notamment par Albert Abraham Michelson (1852–1931) et Edward Williams Morley (1838–1923) entre 1880 et 1887, et n'ont mis en évidence aucune vitesse de la Terre par rapport à l'hypothétique éther.

Les expériences de Michelson et Morley

— Mais alors, grand-père, des mesures précises de la vitesse de la lumière dans plusieurs directions devraient permettre de déterminer la vitesse de la Terre par rapport à l'éther!

— Très juste! Ces mesures ont été faites de nombreuses fois, notamment par Albert Abraham Michelson (1852–1931) et Edward Williams Morley (1838–1923) entre 1880 et 1887, et n'ont mis en évidence aucune vitesse de la Terre par rapport à l'hypothétique éther.

Ces résultats sont restés mal expliqués jusqu'en 1905, malgré de nombreuses tentatives, dont la plus intéressante est due à Hendrik Anton Lorentz (1853–1928) et George Francis FitzGerald (1851–1901).

Lorentz et FitzGerald

Ces deux physiciens ont proposé l'hypothèse suivante: lorsqu'un objet matériel rigide, par exemple une règle ou un banc d'optique, se déplace par rapport à l'éther, cet objet se contracte dans la direction de son déplacement.

Lorentz et FitzGerald

Ces deux physiciens ont proposé l'hypothèse suivante: lorsqu'un objet matériel rigide, par exemple une règle ou un banc d'optique, se déplace par rapport à l'éther, cet objet se contracte dans la direction de son déplacement.

— C'est donc cela, la contraction des longueurs dont mon prof de physique a parlé!

Lorentz et FitzGerald

Ces deux physiciens ont proposé l'hypothèse suivante: lorsqu'un objet matériel rigide, par exemple une règle ou un banc d'optique, se déplace par rapport à l'éther, cet objet se contracte dans la direction de son déplacement.

— C'est donc cela, la contraction des longueurs dont mon prof de physique a parlé!

— Non! Pas du tout! On entretient, à ce sujet, des idées fausses! Pour Lorentz et FitzGerald, cette contraction était un phénomène réel, affectant vraiment les longueurs de tous les objets en mouvement par rapport à l'éther. Leur hypothèse a eu le mérite de mettre Einstein sur la bonne voie, mais elle est abandonnée de nos jours! Nous verrons bientôt qu'en Relativité restreinte, la contraction des longueurs et la dilatation des temps ne sont que des apparences, des effets de perspective!

Abandon du Temps absolu

En 1905, Einstein a, le premier [a], compris que pour expliquer les résultats des expériences de Michelson et Morley, on devait modifier en profondeur les propriétés attribuées à l'Espace et au Temps. L'idée nouvelle qu'il a introduite, tout à fait révolutionnaire en 1905, peut, aujourd'hui, sembler assez naturelle, si l'on se dit :

---

[a] Le grand mathématicien Jules Henri Poincaré (1854–1912) a, lui aussi, la même année, formulé des idées très proches, sans aller jusqu'à proposer explicitement l'abandon du Temps absolu.

Abandon du Temps absolu

En 1905, Einstein a, le premier [a], compris que pour expliquer les résultats des expériences de Michelson et Morley, on devait modifier en profondeur les propriétés attribuées à l'Espace et au Temps. L'idée nouvelle qu'il a introduite, tout à fait révolutionnaire en 1905, peut, aujourd'hui, sembler assez naturelle, si l'on se dit :

En passant de l'Espace-Temps de Newton à celui de Leibniz, nous avons reconnu que l'Espace n'est pas absolu, mais lié au choix d'un référentiel.

---

[a] Le grand mathématicien Jules Henri Poincaré (1854–1912) a, lui aussi, la même année, formulé des idées très proches, sans aller jusqu'à proposer explicitement l'abandon du Temps absolu.

Abandon du Temps absolu

En 1905, Einstein a, le premier [a], compris que pour expliquer les résultats des expériences de Michelson et Morley, on devait modifier en profondeur les propriétés attribuées à l'Espace et au Temps. L'idée nouvelle qu'il a introduite, tout à fait révolutionnaire en 1905, peut, aujourd'hui, sembler assez naturelle, si l'on se dit :

En passant de l'Espace-Temps de Newton à celui de Leibniz, nous avons reconnu que l'Espace n'est pas absolu, mais lié au choix d'un référentiel. Pourquoi ne pas garder l'Espace-Temps en lui attribuant de nouvelles propriétés, en admettant que le Temps, lui non plus, n'est pas absolu, mais dépend du choix d'un référentiel ?

---

[a] Le grand mathématicien Jules Henri Poincaré (1854–1912) a, lui aussi, la même année, formulé des idées très proches, sans aller jusqu'à proposer explicitement l'abandon du Temps absolu.

L'Espace-Temps de Minkowski

— Mais si nous n'avons plus de Temps absolu, quelles propriétés conserve notre Espace-Temps?

L'Espace-Temps de Minkowski

— Mais si nous n'avons plus de Temps absolu, quelles propriétés conserve notre Espace-Temps?

— En 1905, Einstein admettait implicitement que l'Espace-Temps était encore un espace affine de dimension 4, que nous appellerons Espace-Temps de Minkowski, et que nous noterons $\mathcal{M}$. Les translations de l'Espace-Temps ne modifient pas ses propriétés.

L'Espace-Temps de Minkowski

— Mais si nous n'avons plus de Temps absolu, quelles propriétés conserve notre Espace-Temps?

— En 1905, Einstein admettait implicitement que l'Espace-Temps était encore un espace affine de dimension 4, que nous appellerons Espace-Temps de Minkowski, et que nous noterons $\mathcal{M}$. Les translations de l'Espace-Temps ne modifient pas ses propriétés.

Il admettait aussi que dans cet Espace-Temps, le principe de l'inertie restait valable, à condition de l'énoncer sous la forme n'utilisant aucun référentiel : la ligne d'univers d'un point matériel libre est une droite.

L’Espace-Temps de Minkowski

— Mais si nous n’avons plus de Temps absolu, quelles propriétés conserve notre Espace-Temps?

— En 1905, Einstein admettait implicitement que l’Espace-Temps était encore un espace affine de dimension 4, que nous appellerons Espace-Temps de Minkowski, et que nous noterons $\mathcal{M}$. Les translations de l’Espace-Temps ne modifient pas ses propriétés.

Il admettait aussi que dans cet Espace-Temps, le principe de l’inertie restait valable, à condition de l’énoncer sous la forme n’utilisant aucun référentiel : la ligne d’univers d’un point matériel libre est une droite.

Il conservait aussi la notion de référentiel galiléen. Dans $\mathcal{M}$, un référentiel galiléen est déterminé par la donnée d’une direction de droite. Les objets au repos relativement à ce référentiel sont ceux dont tous les points ont pour lignes d’univers des droites parallèles à cette direction.

L’Espace-Temps de Minkowski (2)

Sous ces hypothèses, les propriétés de l’Espace-Temps $\mathcal{M}$ sont conséquences des deux principes :

L'Espace-Temps de Minkowski (2)

Sous ces hypothèses, les propriétés de l'Espace-Temps $\mathcal{M}$ sont conséquences des deux principes :

Principe de relativité : toutes les lois physiques s'expriment de la même manière dans tous les référentiels galiléens;

L'Espace-Temps de Minkowski (2)

Sous ces hypothèses, les propriétés de l'Espace-Temps $\mathcal{M}$ sont conséquences des deux principes :

Principe de relativité : toutes les lois physiques s'expriment de la même manière dans tous les référentiels galiléens;

Principe de constance de la vitesse de la lumière : le module de la vitesse de la lumière dans le vide est une constante universelle, ne dépendant ni du mouvement de la source qui a émis cette lumière, ni du référentiel galiléen dans lequel cette vitesse est évaluée.

L'Espace-Temps de Minkowski (2)

Sous ces hypothèses, les propriétés de l'Espace-Temps $\mathcal{M}$ sont conséquences des deux principes :

Principe de relativité : toutes les lois physiques s'expriment de la même manière dans tous les référentiels galiléens;

Principe de constance de la vitesse de la lumière : le module de la vitesse de la lumière dans le vide est une constante universelle, ne dépendant ni du mouvement de la source qui a émis cette lumière, ni du référentiel galiléen dans lequel cette vitesse est évaluée.

— Mais comment la donnée d'une direction de droite peut-elle déterminer un référentiel galiléen, puisque nous n'avons plus de Temps absolu?

Cônes de lumière

— C’est le principe de constance de la vitesse de la lumière qui va permettre cette détermination.

Cônes de lumière

— C'est le principe de constance de la vitesse de la lumière qui va permettre cette détermination.

Les lignes d'univers de signaux lumineux sont appelées droites de lumière.

Cônes de lumière

— C'est le principe de constance de la vitesse de la lumière qui va permettre cette détermination.

Les lignes d'univers de signaux lumineux sont appelées droites de lumière.

Les droites de lumière qui passent par un événement A forment un cône (de dimension 3) ayant pour sommet l'événement A; les deux nappes de ce cône sont appelées le demi-cône futur et le demi-cône passé de sommet A; sur la figure suivante qui, pour simplifier, représente un Espace-Temps schématique de dimension 2, ce cône de lumière est la réunion des deux droites $\mathcal{L}^d$ et $\mathcal{L}^g$, lignes d'univers d'un signal lumineux passant par A et allant, respectivement, vers la droite et vers la gauche ;

Cônes de lumière

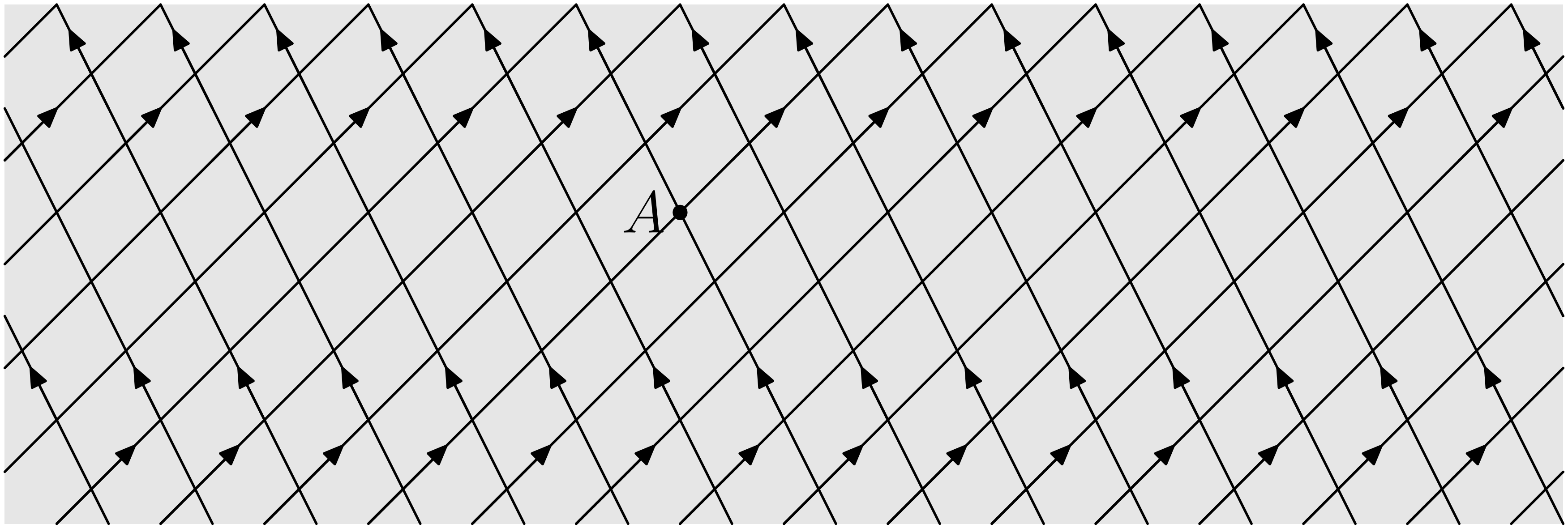
— C’est le principe de constance de la vitesse de la lumière qui va permettre cette détermination.

Les lignes d’univers de signaux lumineux sont appelées droites de lumière.

Les droites de lumière qui passent par un événement A forment un cône (de dimension 3) ayant pour sommet l’événement A; les deux nappes de ce cône sont appelées le demi-cône futur et le demi-cône passé de sommet A; sur la figure suivante qui, pour simplifier, représente un Espace-Temps schématique de dimension 2, ce cône de lumière est la réunion des deux droites $\mathcal{L}^d$ et $\mathcal{L}^g$, lignes d’univers d’un signal lumineux passant par A et allant, respectivement, vers la droite et vers la gauche ;

Le cône de lumière ayant pour sommet un autre événement B se déduit du cône de lumière de sommet A par la translation qui envoie A sur B.

Cônes de lumière (2)



Droites de genre temps et de genre espace

Outre les droites de lumière, on distingue deux autres types de droites dans $\mathcal{M}$:

Droites de genre temps et de genre espace

Outre les droites de lumière, on distingue deux autres types de droites dans $\mathcal{M}$:

les droites de genre temps, contenues dans l'intérieur du cône de lumière ayant pour sommet un quelconque de leurs points,

Droites de genre temps et de genre espace

Outre les droites de lumière, on distingue deux autres types de droites dans $\mathcal{M}$:

les droites de genre temps, contenues dans l'intérieur du cône de lumière ayant pour sommet un quelconque de leurs points,

et les droites de genre espace, extérieures au cône de lumière ayant pour sommet un de leurs points.

Droites de genre temps et de genre espace

Outre les droites de lumière, on distingue deux autres types de droites dans $\mathcal{M}$:

les droites de genre temps, contenues dans l'intérieur du cône de lumière ayant pour sommet un quelconque de leurs points,

et les droites de genre espace, extérieures au cône de lumière ayant pour sommet un de leurs points.

Seules les directions de droites de genre temps déterminent un référentiel galiléen.

Isochrones d'un référentiel galiléen

Les isochrones du référentiel galiléen déterminé par la droite de genre temps $\mathcal{A}$ doivent être telles que, pendant la durée (évaluée dans ce référentiel) séparant deux événements A et A_1 situés sur cette droite, la distance (évaluée aussi dans ce référentiel) parcourue par la lumière dans toutes les directions possibles soit la même.

Isochrones d'un référentiel galiléen

Les isochrones du référentiel galiléen déterminé par la droite de genre temps $\mathcal{A}$ doivent être telles que, pendant la durée (évaluée dans ce référentiel) séparant deux événements A et A_1 situés sur cette droite, la distance (évaluée aussi dans ce référentiel) parcourue par la lumière dans toutes les directions possibles soit la même.

Dans un Espace-Temps de dimension 2, il suffit de construire le parallélogramme dont deux côtés sont portés par les droites de lumière $\mathcal{L}^g$ et $\mathcal{L}^d$ et dont le centre est A_1. Les isochrones sont toutes les droites parallèles à la diagonale de genre espace de ce parallélogramme.

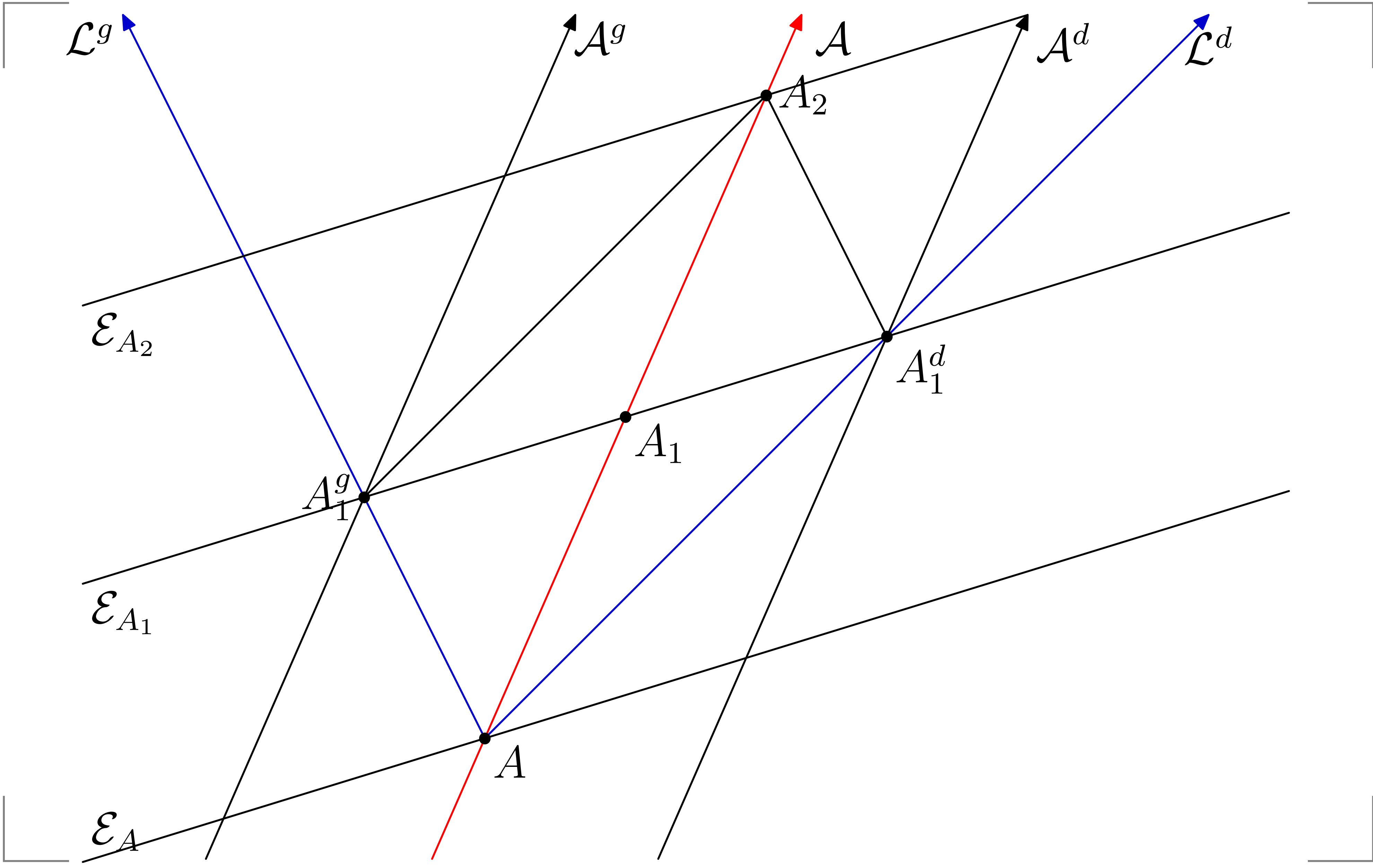
Isochrones d’un référentiel galiléen

Les isochrones du référentiel galiléen déterminé par la droite de genre temps $\mathcal{A}$ doivent être telles que, pendant la durée (évaluée dans ce référentiel) séparant deux événements A et A_1 situés sur cette droite, la distance (évaluée aussi dans ce référentiel) parcourue par la lumière dans toutes les directions possibles soit la même.

Dans un Espace-Temps de dimension 2, il suffit de construire le parallélogramme dont deux côtés sont portés par les droites de lumière $\mathcal{L}^g$ et $\mathcal{L}^d$ et dont le centre est A_1. Les isochrones sont toutes les droites parallèles à la diagonale de genre espace de ce parallélogramme.

Les distances parcourues par la lumière, vers la droite et vers la gauche, pendant l’intervalle de temps qui sépare A et A_1 sont égales puisque les diagonales d’un parallélogramme se coupent en leur milieu.

Isochrones d'un référentiel galiléen (2)



Isochrones d’un référentiel galiléen (3)

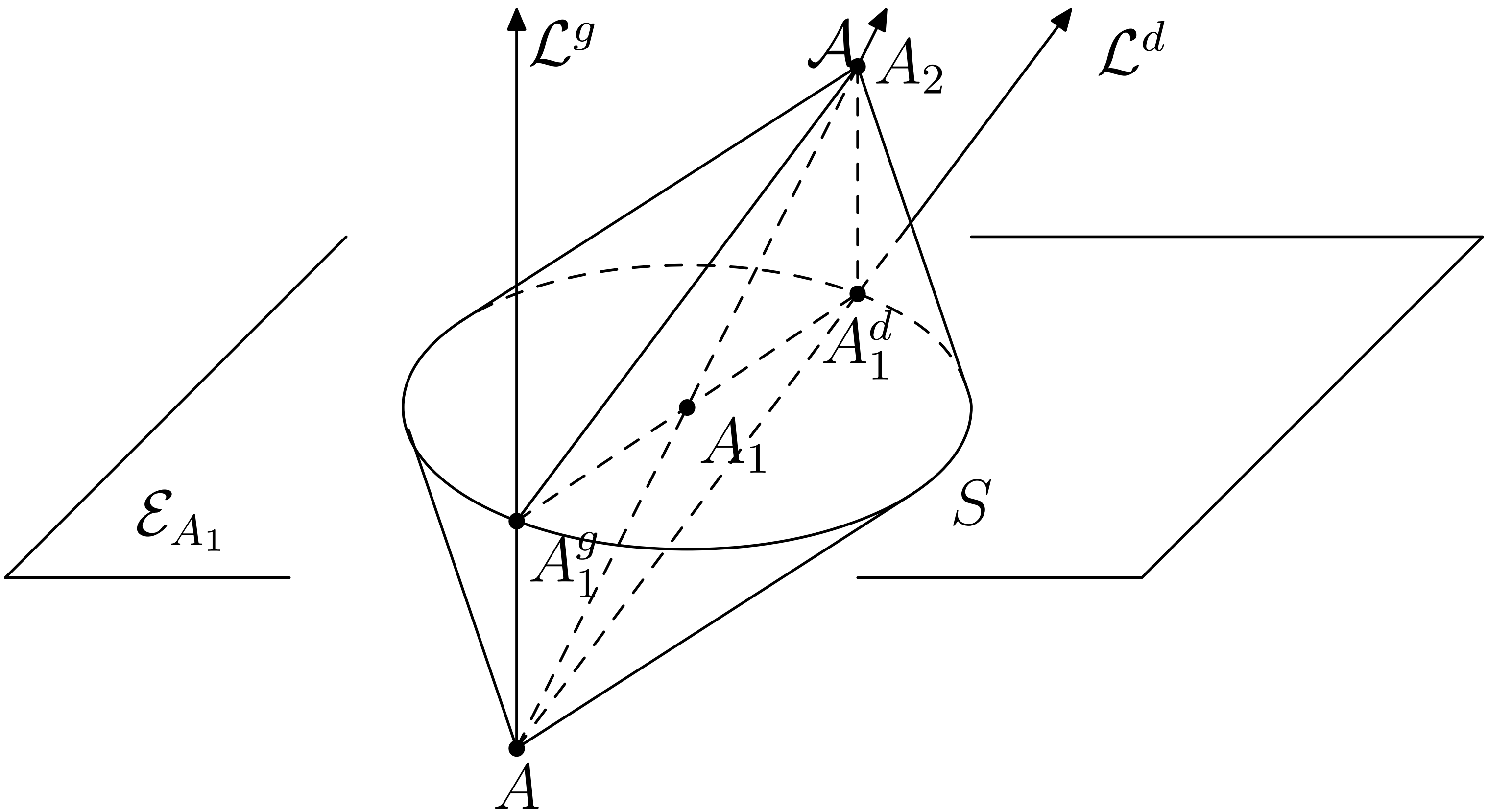
— Et dans un Espace-Temps de dimension 4 ?

Isochrones d'un référentiel galiléen (3)

— Et dans un Espace-Temps de dimension 4 ?

— C'est pareil. On prend, sur la droite $\mathcal{A}$, l'événement A_2 tel que A_1 soit le milieu de $A\,A_2$, et on considère le demi-cône de lumière passé de sommet A_2. Ce demi-cône coupe le demi-cône de lumière futur de sommet A selon une sphère. Cette sphère est contenue dans un hyperplan $\mathcal{E}_{A_1}$ de genre espace, qui est l'isochrone de l'événement A_1 dans le référentiel considéré. Les autres isochrones de ce référentiel sont tous les hyperplans parallèles à $\mathcal{E}_{A_1}$.

Isochrones d'un référentiel galiléen (4)



Changement de référentiel galiléen

— Que se passe-t-il lorsqu'on change de référentiel galiléen ?

Changement de référentiel galiléen

— Que se passe-t-il lorsqu'on change de référentiel galiléen ?

— Comme dans l'Espace-Temps de Leibniz, la direction des droites qui sont les lignes d'univers des points au repos par rapport au nouveau référentiel, n'est plus la même que celle des lignes d'univers des points au repos dans l'ancien référentiel.

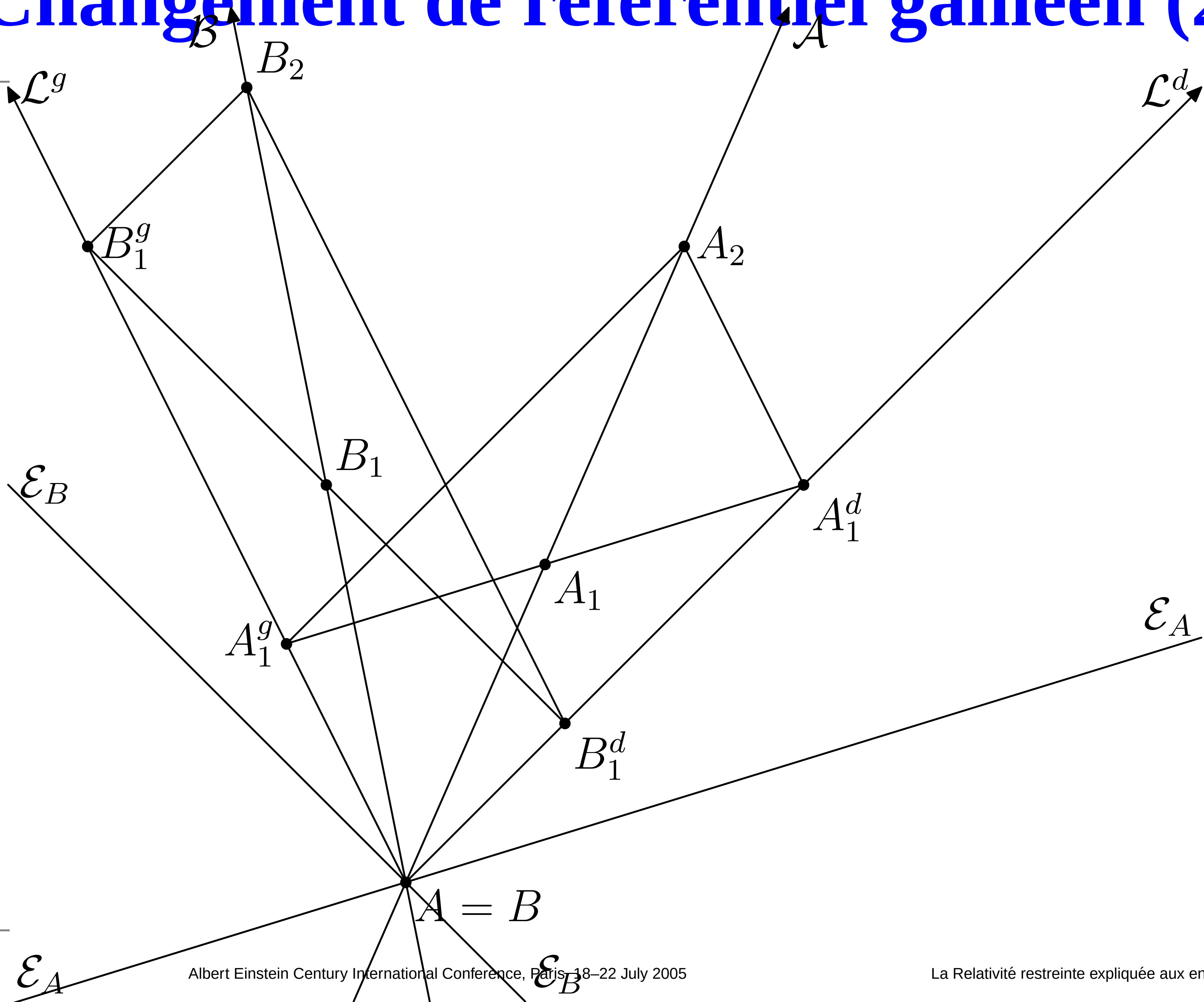
Changement de référentiel galiléen

— Que se passe-t-il lorsqu'on change de référentiel galiléen ?

— Comme dans l'Espace-Temps de Leibniz, la direction des droites qui sont les lignes d'univers des points au repos par rapport au nouveau référentiel, n'est plus la même que celle des lignes d'univers des points au repos dans l'ancien référentiel.

Mais en plus, la direction des isochrones du nouveau référentiel n'est pas la même que celle des isochrones de l'ancien ! Pour cette raison, l'ordre chronologique de deux événements peut dépendre du référentiel galiléen dans lequel on l'apprécie !

Changement de référentiel galiléen (2)



Comparaison des durées

La structure affine de $\mathcal{M}$ nous permet de comparer des segments de droite portés par des droites parallèles.

Comparaison des durées

La structure affine de $\mathcal{M}$ nous permet de comparer des segments de droite portés par des droites parallèles.

L'existence d'horloges naturelles (les atomes) montre qu'on doit pouvoir aussi comparer entre eux des segments de deux droites de genre temps non parallèles.

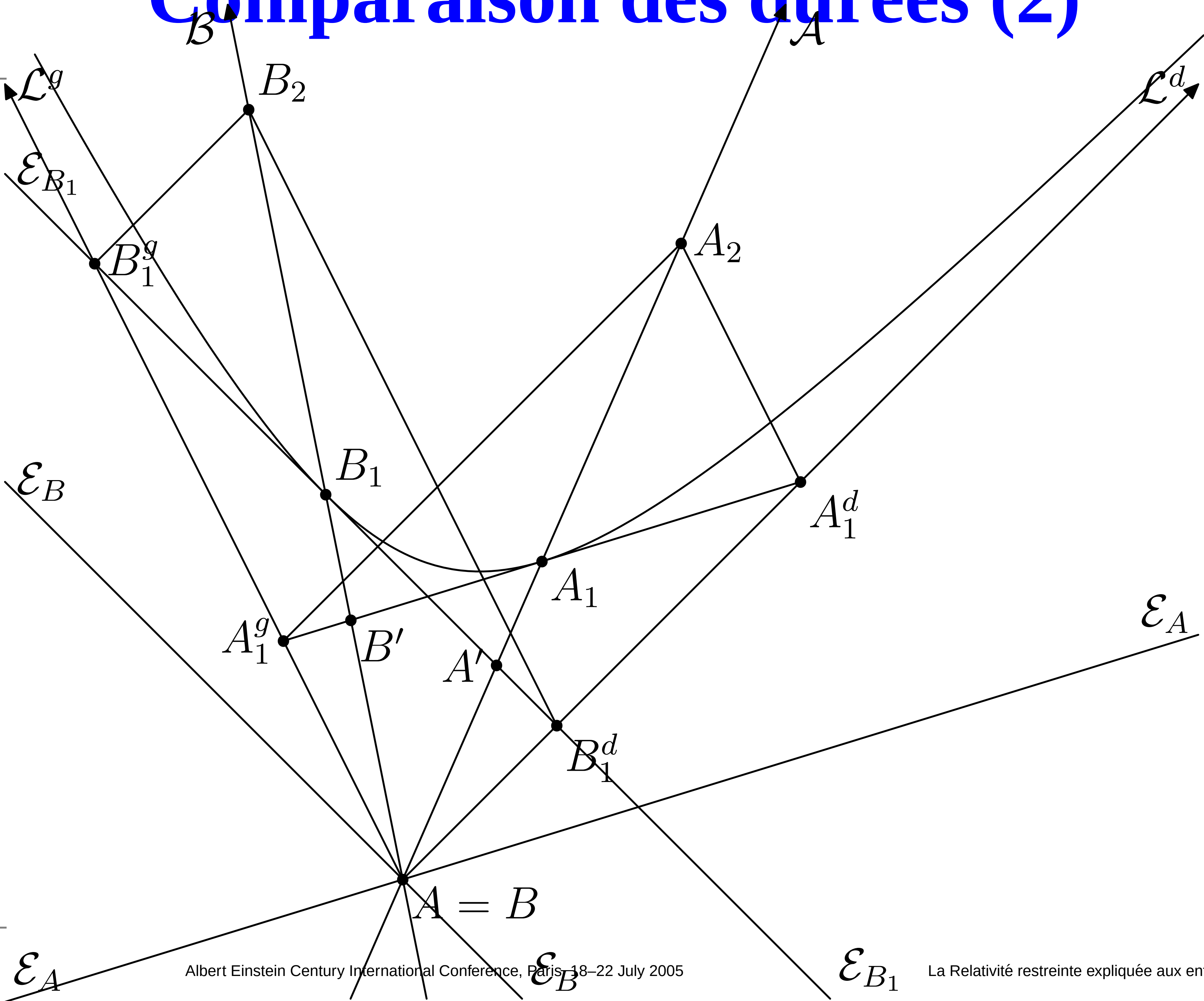
Comparaison des durées

La structure affine de $\mathcal{M}$ nous permet de comparer des segments de droite portés par des droites parallèles.

L'existence d'horloges naturelles (les atomes) montre qu'on doit pouvoir aussi comparer entre eux des segments de deux droites de genre temps non parallèles.

Soient $A\,A_1$ et $A\,B_1$ deux segments de droite portés par les droites de genre temps $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$, qui se rencontrent en l'événement A. En exprimant que les référentiels galiléens déterminés par $\mathcal{A}$ et par $\mathcal{B}$ jouent, l'un vis-à-vis de l'autre, le même rôle, on montre aisément que ces deux segments représentent des durées égales si et seulement si A_1 et B_1 sont sur une même branche d'hyperbole ayant pour asymptotes les droites de lumière $\mathcal{L}^g$ et $\mathcal{L}^d$, passant par A et contenues dans le même plan que $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$.

Comparaison des durées (2)



Comparaison des distances

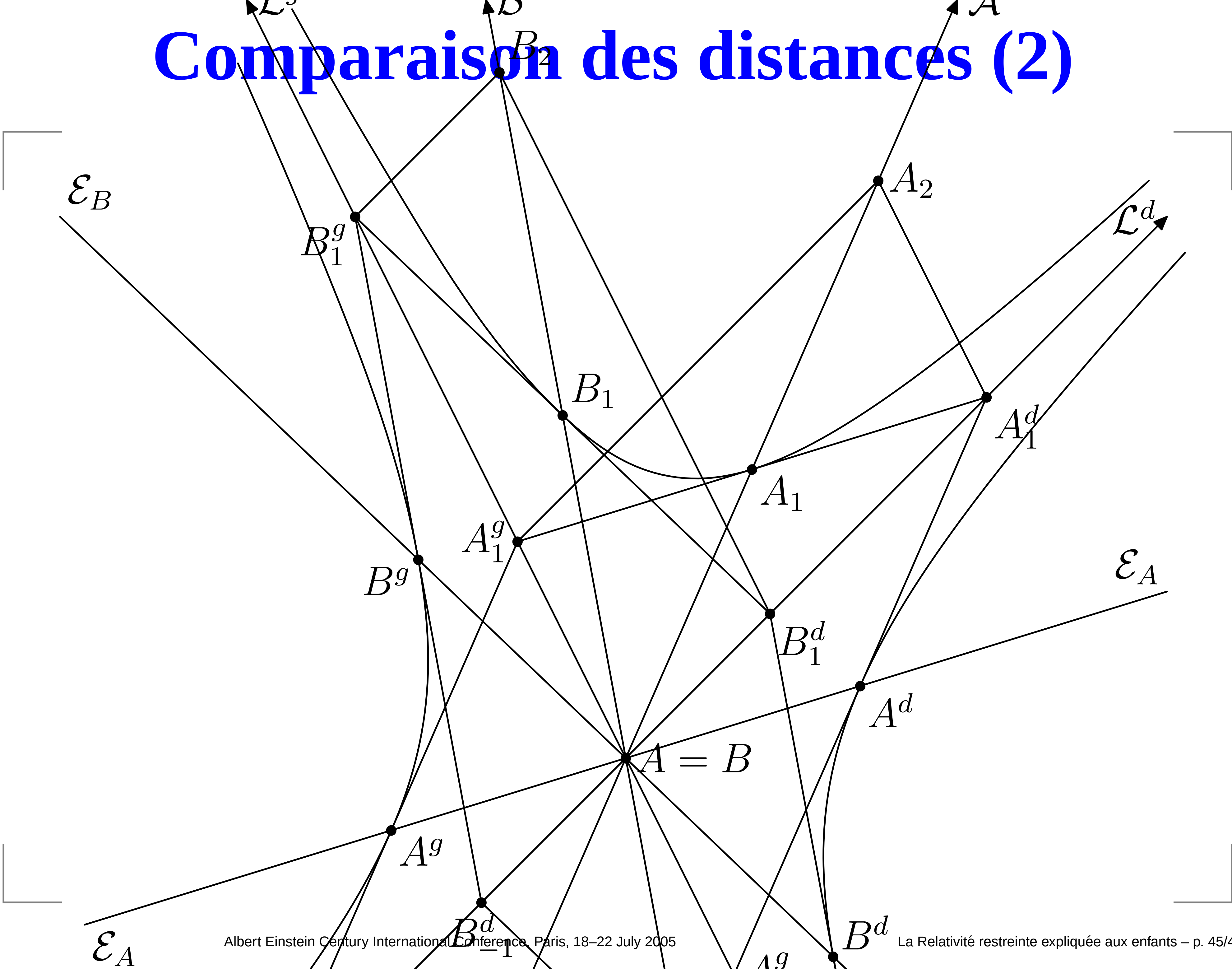
Sur les droites de genre espace, la comparaison des distances découle de celle des durées : on mesure une distances par la durée mise par la lumière pour la parcourir.

Comparaison des distances

Sur les droites de genre espace, la comparaison des distances découle de celle des durées : on mesure une distances par la durée mise par la lumière pour la parcourir.

Soient $A\,A^d$ et $A\,B^d$ deux segments de droite portés par les droites de genre espace $\mathcal{E}_A$ et $\mathcal{E}_B$, appartenant à l'Espace à l'instant de l'événement A des deux référentiels galiléens déterminés, respectivement, par $\mathcal{A}$ et par $\mathcal{B}$. Ces deux segments représentent des distances égales si et seulement si A^d et B^d sont sur une même branche d'hyperbole ayant pour asymptotes les droites de lumière $\mathcal{L}^g$ et $\mathcal{L}^d$, passant par A et contenues dans le même plan que $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$.

Comparaison des distances (2)



Conclusion

La comparaison des durées et des distances présentée ci-dessus permet d'introduire, de manière très naturelle, la métrique pseudo-euclidienne de l'espace de Minkowski.

Conclusion

La comparaison des durées et des distances présentée ci-dessus permet d'introduire, de manière très naturelle, la métrique pseudo-euclidienne de l'espace de Minkowski.

Les figures présentées ci-dessus permettent très aisément d'expliquer la contraction apparente des longueurs et la dilatation apparente des temps, lors d'un changement de référentiel galiléen.

Conclusion

La comparaison des durées et des distances présentée ci-dessus permet d'introduire, de manière très naturelle, la métrique pseudo-euclidienne de l'espace de Minkowski.

Les figures présentées ci-dessus permettent très aisément d'expliquer la contraction apparente des longueurs et la dilatation apparente des temps, lors d'un changement de référentiel galiléen.

Parmi les arcs de courbe de genre temps qui joignent deux événements (dont l'un est dans le futur de l'autre), la ligne droite est le plus long chemin (en temps propre) allant de l'un de ces événements à l'autre. Cette propriété permet de comprendre aisément, avec très peu de calculs, le problème des jumeaux de Langevin.

Conclusion

La comparaison des durées et des distances présentée ci-dessus permet d'introduire, de manière très naturelle, la métrique pseudo-euclidienne de l'espace de Minkowski.

Les figures présentées ci-dessus permettent très aisément d'expliquer la contraction apparente des longueurs et la dilatation apparente des temps, lors d'un changement de référentiel galiléen.

Parmi les arcs de courbe de genre temps qui joignent deux événements (dont l'un est dans le futur de l'autre), la ligne droite est le plus long chemin (en temps propre) allant de l'un de ces événements à l'autre. Cette propriété permet de comprendre aisément, avec très peu de calculs, le problème des jumeaux de Langevin.

L'abandon de la structure affine de l'Espace-Temps permet une présentation naturelle de la Relativité Générale.

Remerciements

Merci aux organisateurs de cette conférence internationale de m’avoir permis d’y présenter cet exposé, et merci à ceux qui ont bien voulu m’écouter.